

### Aula 3 – Expressões algébricas. Produtos notáveis. Fatoração.

#### Objetivos:

- Conceituar variáveis.
- Enumerar as propriedades operacionais das expressões algébricas.
- Fatorar expressões algébricas.
- Simplificar expressões algébricas.
- Aplicar as propriedades operacionais dos números no desenvolvimento de expressões algébricas.
- Enumerar os principais produtos notáveis.
- Utilizar os conceitos e as propriedades operacionais dos números na resolução de problemas.

#### 3 – Expressões algébricas.

As expressões que apresentam letras, além de operações e números são chamadas **expressões algébricas**.

As letras são as variáveis.

Exemplo: Uma pessoa ganha R\$ 20,00 por dia de trabalho. Quanto essa pessoa ganhará por um certo número de dias trabalhado?

Para calcular quanto essa pessoa ganhará, podemos escrever a expressão algébrica:

$$20 \cdot x$$

Observações:

1º) Nas expressões algébricas o sinal de multiplicação é opcional, veja:

$3 \cdot x$	se escreve	$3x$
$a \cdot b \cdot x$	se escreve	$abx$

2º) Podemos ter expressões algébricas com uma variável, com mais de uma variável ou ainda sem variável:

$2xy$	expressão com duas variáveis: $x$ e $y$
$5a^2 b c^3$	expressão com três variáveis: $a$ , $b$ e $c$
$125$	expressão sem variável.

#### 3.1 – Valor numérico de uma Expressão algébrica.

**Valor numérico** da expressão é o resultado encontrado quando substituímos as variáveis de uma expressão por números e efetuamos as operações indicadas.

Exemplo: O valor numérico da expressão  $5x + 4$  para  $x = 2$ , é:

$$5 \times 2 + 4 = 10 + 4 = 14$$

A parte numérica de um monômio é o **coeficiente** e a outra parte formada por letras é a **parte literal**.

Dois ou mais monômios que possuem a mesma parte literal e coeficientes diferentes são chamados de **monômios semelhantes**.

**Só podemos somar ou subtrair monômios que sejam semelhantes**

$$\begin{aligned} \text{Exemplo: } 4xy + 7xy - 5xy &= \\ (4 + 7 - 5) xy &= \\ 6xy & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Exemplo: } a + 2a + 3a - 5a &= \\ 6a - 5a &= \\ 1a &= a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Exemplo: } a + 2b + 3a - 5b &= \\ a + 3a + 2b - 5b &= \\ 4a - 3b & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Exemplo: } a + 2(a+3b) - 5(a-b) &= \\ a + 2a + 6b - 5a + 5b &= \\ a + 2a - 5a + 6b + 5b &= \\ 3a - 5a + 11b &= \\ -2a + 11b & \end{aligned}$$

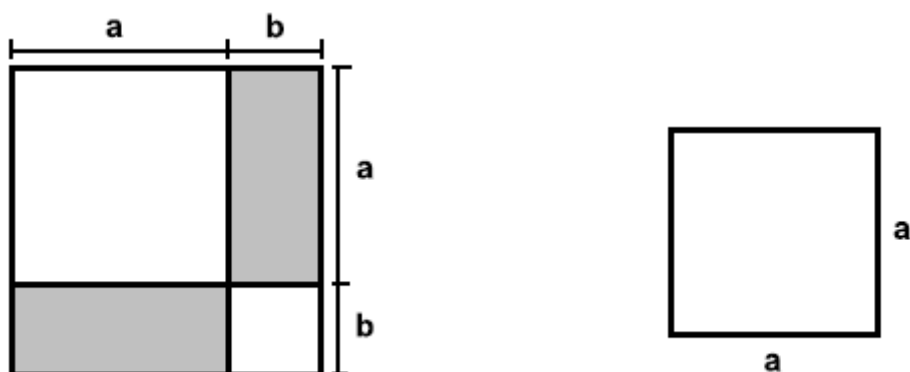
$$\begin{aligned} \text{Exemplo: } (a + 2b)(a+3b) - (5-a)(a-b) &= \\ a(a+3b) + 2b(a+3b) - [5(a-b) - a(a-b)] &= \\ a^2 + 3ab + 2ab + 6b^2 - [5a - 5b - a^2 + ab] &= \\ a^2 + 3ab + 2ab + 6b^2 - 5a + 5b + a^2 - ab &= \\ 2a^2 + 4ab + 6b^2 - 5a + 5b & \end{aligned}$$

Exemplo: Determine o valor numérico da expressão  $x^3y^2 - x^2 + y^3$ , para  $x = 2$  e  $y = -1$

$$\begin{aligned} & x^3y^2 - x^2 + y^3 \\ x = 2 \text{ e } y = -1 & \Rightarrow 2^3(-1)^2 - 2^2 + (-1)^3 = \\ & 8 \cdot 1 - 4 + (-1) = \\ & 8 - 4 - 1 = \\ & 3 \end{aligned}$$

**4 – Produtos notáveis.**

## 4.1 – Primeiro Produto notável.

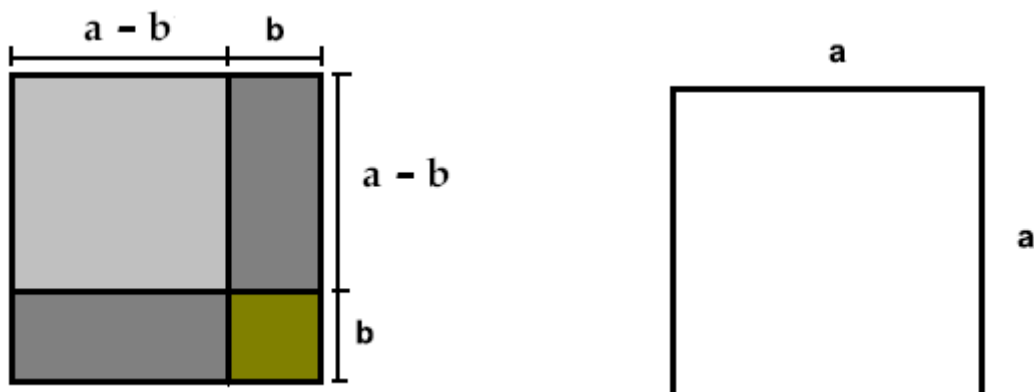
Área:  $(a + b)^2$ Área:  $a^2$ 

$$(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo, mais duas vezes o produto do 1º pelo 2º, mais o quadrado do 2º termo.

Exemplo:  $(3x + 4y)^2 =$   
 $(3x)^2 + 2(3x)(4y) + (4y)^2 =$   
 $9x^2 + 24xy + 16y^2$

## 4.2 – Segundo Produto notável.

Área:  $(a - b)^2$ Área:  $a^2$ 

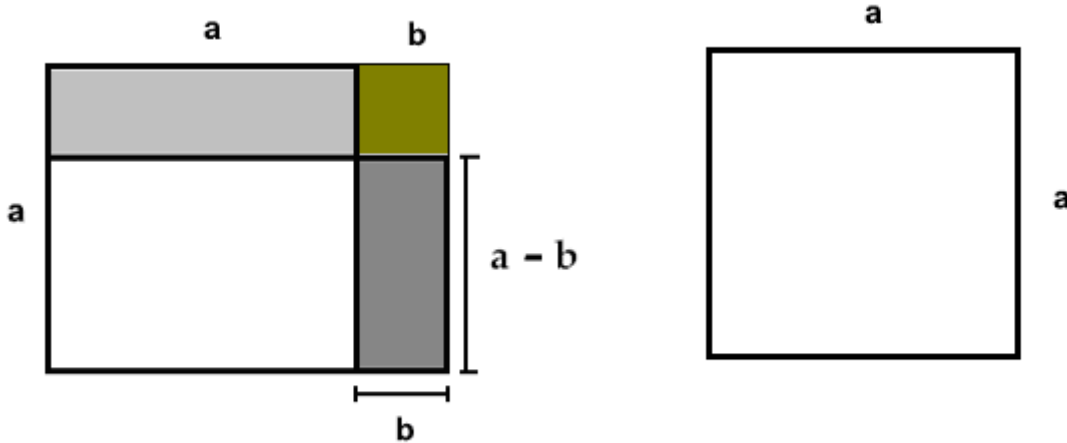
$$(a - b)^2 = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo, menos duas vezes o produto do 1º pelo 2º, mais o quadrado do 2º termo.

Exemplo:  $(3x - 4y)^2 =$   
 $(3x)^2 - 2(3x)(4y) + (4y)^2 =$

$$9x^2 - 24xy + 16y^2$$

#### 4.2 – Terceiro Produto notável.



Área:  $(a - b)(a + b)$

Área:  $a^2$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

O produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo menos o quadrado do 2º termo.

Exemplo:  $(3x - 4y)(3x + 4y) =$

$$(3x)^2 - (4y)^2 =$$

$$9x^2 - 16y^2$$

#### Exercícios:

1) Determine o valor da expressão  $2x^4 + 4x - 5$  com  $x = 3$ . Resp.: 169

2) Calcule o valor da expressão  $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 + xy - 3x - 3y}$  para  $x = -2$  e  $y = 4$ . Resp.:  $-0,4$

3) Determine o valor da expressão  $\frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$  com  $a = 64$  e  $b = 36$ . Resp.:  $5/7$

4) Reduza os termos semelhantes nas seguintes expressões algébricas:

a)  $6x + (2x - 4) - 2 =$  (R:  $8x - 6$ )

b)  $7y - 8 - (5y - 3) =$  (R:  $2y - 5$ )

c)  $4x - (-3x + 9 - 2x) =$  (R:  $9x - 9$ )

d)  $3x - (-2x + 5) - 8x + 9 =$  (R:  $-3x + 4$ )

- e)  $4x - 3 + (2x + 1) =$  (R:  $6x - 2$ )
- f)  $(x + y) - (x + 2y) =$  (R:  $-y$ )
- g)  $(3x - 2y) + (7x + y) =$  (R:  $10x - 19$ )
- h)  $-(8a + 4 - (3a + 2)) =$  (R:  $-11a - 6$ )
- 5) Reduza os termos semelhantes nas seguintes expressões algébricas
- a)  $5a + (3a - 2) - (10a - 8) =$  (R:  $-2a + 6$ )
- b)  $6x + (5x - 7) - (20 + 3x) =$  (R:  $8x - 27$ )
- c)  $(x + y + z) + x - (3y + z) =$  (R:  $2x - 2y$ )
- d)  $(m + 2n) - (r - 2n) - (n + r) =$  (R:  $m + 3n - 2r$ )
- e)  $-(6y + 4x) + (3y - 4x) - (-2x + 3y) =$  (R:  $-6y - 6x$ )
- 6) Exemplos de fatoração utilizando fator comum em evidência:
- a)  $x^6 - 4x^4 + 4x^2 =$  (R:  $x^2(x^2 - 2)^2$ )
- b)  $x^6 - 4x^4 =$  (R:  $x^4(x + 2)(x - 2)$ )
- c)  $8x^4 + 12x^2y^2 =$  (R:  $4x^2(2x^2 + 3y^2)$ )
- 7) Avaliar a expressão:  $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2xy + y^2} : \frac{x - y}{x + y}$  (R: 1)
- 8) Avaliar a expressão:  $(\frac{2k - 1}{k + 1} - \frac{2k + 1}{k - 1}) : (1 + \frac{1}{k - 1})$  (R:  $\frac{-6}{k + 1}$ )
- 9) Simplificar a expressão:  $(\frac{x^2 - y^2}{3x^2y^2}) : (\frac{1 + 2x}{x} - \frac{2y - 1}{y})$  (R:  $\frac{x - y}{3xy}$ )
- 10) Simplificar a expressão:  $(\frac{1}{x - y} + \frac{1}{x + y}) : (\frac{(x + y)^2 - (x - y)^2}{(x + y)^2 - 2y(x + y)})$  (R:  $\frac{1}{2y}$ )
- 11) Simplificar a expressão:  $(\frac{x + y}{2x - 2y} - \frac{x - y}{2x + 2y} - \frac{2y^2}{y^2 - x^2})(\frac{1}{y} - \frac{1}{x})$  (R:  $\frac{2}{x}$ )