Aula 1 . Introdução

Hoje em dia temos a educação presencial, semi-presencial e educação a distância.

A presencial é a dos cursos regulares, onde professores e alunos se encontram sempre num local, chamado sala de aula. É o ensino convencional.

A semi-presencial acontece em parte na sala de aula e outra parte a distância, através de tecnologias.

A educação a distância é a modalidade onde as atividades de ensino são desenvolvidas sem que alunos e professores estejam presentes no mesmo lugar à mesma hora.

Neste curso vamos trabalhar com a modalidade semi-presencial, onde as atividades teóricas fundamentais do curso e as dúvidas mais importantes serão discutidas em sala de aula.

Objetivos:

- Conceituar números naturais, inteiros e fracionários.
- Enumerar as propriedades operacionais dos números.
- Representar números graficamente.
- Aplicar as propriedades operacionais dos números no desenvolvimento de expressões numéricas.

1 . Números.

1.1 . Números naturais, inteiros, racionais e irracionais

Conhecemos os números pela contagem, que surgem, de maneira natural. São os números 1, 2, 3, 4, 5, ... , etc.

Quando estudamos o sistema de numeração, aparece o 0 (zero). Ele é usado para indicar a ausência de elementos em um determinado conjunto de objetos.

Chamamos de **números naturais** aos números **0, 1, 2, 3, 4 ...**

N = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, … }

Considerando as operações elementares de adição, subtração, multiplicação e divisão quais dessas perguntas são verdadeiras?

A soma de dois números naturais é sempre um número natural?
A diferença de dois números naturais é sempre um número natural?
O produto de dois números naturais é sempre um número natural?
O quociente de dois números naturais é sempre um número natural?

É de fácil verificação os seguintes resultados:

A soma de dois números naturais é um número natural.

Exemplo: $2 + 3 = 5$
$0 + 5 = 5$
$7 + 13 = 20$

O produto de dois números naturais é um número natural.

Exemplo: $2 \times 3 = 6$
$0 \times 5 = 0$
$7 \times 13 = 91$

A diferença de dois números naturais só é um número natural quando o primeiro é maior ou igual ao segundo.

Exemplo: $7 - 3 = 4$
$2 - 5 = -3$
$7 - 13 = -6$

-3 e -6 não são números naturais.

Chamamos de **números inteiros** aos números **… , – 4, – 3, – 2, – 1, 0, 1, 2, 3, 4, …**

N = { … , – 4, – 3, – 2, – 1, 0, 1, 2, 3, 4, … }

Tanto os números naturais como os números inteiros podem ser representados numa reta numérica da seguinte maneira:

Observações:

1) Todo número negativo está à esquerda do zero, portanto todo número negativo **x** é menor que zero, isto é, $\mathbf{x < 0}$;

2) Todo número positivo está à direita do zero, portanto todo número positivo **x** é maior que zero, isto é, $\mathbf{x > 0}$;

3) um número é sempre menor que o número que está à sua direita e sempre maior que o número que está à sua esquerda.

Exemplos: $-4 < 0$	(- 4 é menor que zero)
$-2 < 3$	(- 2 é menor que 3)
$-5 < -3$	(- 5 é menor que - 3)
$3 > -5$	(3 é maior que - 5)
$0 > -4$	(zero é maior que - 4)

O quociente de dois números naturais nem sempre é um número natural.

Exemplo: $2 \div 4 = 0{,}5$
$1 \div 5 = 0{,}2$

Da mesma forma, o quociente de dois números inteiros nem sempre é um número inteiro.

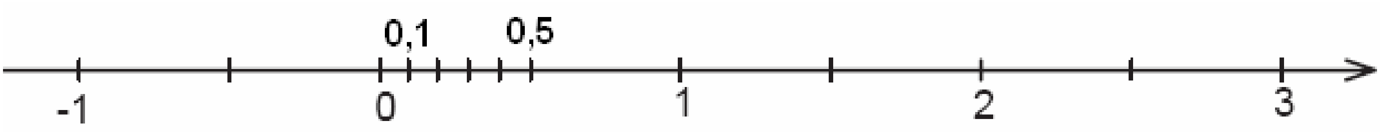
Exemplo: $(-2) \div 4 = -0{,}5$
$1 \div (-5) = -0{,}2$

Chamamos de **números racionais** aos números da forma $\frac{p}{q}$ onde **p** e **q** são inteiros e $q \neq 0$ (q é diferente de zero).

Exemplo: $2 \div 4 = 0{,}5 = \frac{1}{2}$

$$1 \div (-5) = -0{,}2 = \frac{-1}{5}$$

Qualquer número racional pode ser representado por um ponto na reta numérica.



Chamamos de números irracionais aos números que não são racionais.

Exemplo: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π

Considere os conjuntos:

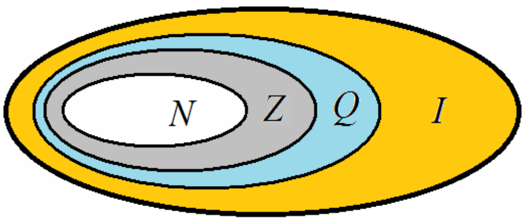
N = conjunto dos números naturais
= { x / x é um número natural }

Z = conjunto dos números inteiros
= { x / x é um número inteiro }

Q = conjunto dos números racionais
= { $\frac{p}{q}$ ***p, q*** **são inteiros e** ***q*** **≠ 0 }**

I = conjunto dos números irracionais
= { x / x é um número irracional }

Podemos representar estes conjuntos por diagramas:



$$R = N \cup Z \cup Q \cup I$$

O conjunto dos **números reais** é a reunião do conjunto dos números **racionais** com o conjunto dos números **irracionais.**

Exemplo: 0, 2, 7, 13, **…** (naturais)
-2, -1, 12, 23, **…** (inteiros)
$\frac{-17}{6}, \frac{-5}{2}, \frac{-17}{6}, \frac{-4}{3}, -2, -1, 0, 2, 7, 13, \frac{1}{6}, \frac{1}{2}$ (racionais)
$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π (irracionais)

onde

$\sqrt{2} = 1{,}4142$ $\sqrt{3} = 1{,}7321$ $\pi = 3{,}1416$

1.2 . Operações com números. Propriedades.

As operações fundamentais com números são a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão.

A primeira operação é a **adição**.

Exemplo: $18 + 40 + 32 = 90$

A adição possui duas propriedades:

Primeira propriedade: **A ordem das parcelas não altera a soma.**

Exemplo: $18 + 40 = 40 + 18 = 58$

Segunda propriedade: **Podemos associar duas ou mais parcelas de uma adição, sem que o resultado seja alterado.**

Exemplo: $18 + 40 + 32 = (18 + 40) + 32 = 58 + 32 = 90$

$18 + 40 + 32 = 18 + (40 + 32) = 18 + 72 = 90$

A **multiplicação** também possui as propriedades acima, onde a primeira é chamada de **comutativa** e a segunda de **associativa**.

Primeira propriedade: **A ordem dos fatores não altera o produto.**

Exemplo: $18 \times 40 =$
$40 \times 18 = 720$

Segunda propriedade: **Podemos associar dois ou mais fatores de uma multiplicação, sem que o resultado seja alterado.**

Exemplo: $18 \times 40 \times 32 =$
$(18 \times 40) \times 32 = 720 \times 32 = 23040$

$18 \times 40 \times 32 =$
$18 \times (40 \times 32) = 18 \times 1280 = 23040$

As outras operações são a **subtração** e a **divisão**.

Uma terceira propriedade é a **distributiva** da multiplicação em relação à adição. Esta propriedade também vale para a subtração.

Exemplo: $4 \times (15 + 25) = 4 \times 15 + 4 \times 25$
$4 \times (25 – 15) = 4 \times 25 – 4 \times 15$

1.3 . Expressões numéricas.

Quando trabalhamos com expressões numércas, as operações a serem efetuadas são priorizadas obedecendo a ordem:

(1) Multiplicação e divisão, na ordem em que aparecem
(2) Soma e subtração, também na ordem em que ocorrem

Quando a expressão apresentar ( ), [ ] e { } a ordem de execução dos cálculos obedece a
(1) os parêntesis
(2) os colchetes
(3) as chaves

Efetua-se as operações entre parênteses. A seguir, efetuam-se as operações entre colchetes, de acordo com a ordem estabelecida. Se existir chaves, efetuam-se as operações entre chaves, também de acordo com a ordem estabelecida. Por fim, calculam-se as operações finais.

Exemplo: $-5+3-7+4=-5-7+3+4=-12+7=-5$

Exemplo: $+5-3-7=+5+(-3-7)=+5+(-10)=+5-10=-5$

Exemplo: $5 + (12 + 3) : 3 =$
$= 5 + 15 : 3 =$
$= 5 + 5 = 10$

Exemplo: $[(11 + 12) . 3 - 9] : 15 =$
$= [23 . 3 - 9] : 15 =$
$= [69 - 9] : 15 =$
$= 60 : 15 =$
$= 4$

Exemplo: $\{15 - [2 . (9 - 12 : 4)]\} : 3 =$
$= \{15 - [2 . (9 - 3)]\} : 3 =$
$= \{15 - [2 . 6]\} : 3 =$
$= \{ 15 - 12\} : 3 =$
$= 3 : 3 =$
$= 1$

1.4 – Regra de sinais

Adição e Subtração

Sinais iguais: Adicionamos os algarismos e mantemos o sinal.

Sinais diferentes: Subtraímos os algarismos e aplicamos o sinal do maior.

Exemplos:

$a)\ 6+3=9$ $\qquad c)\ 6-3=3$

$b)\ -6-3=-9$ $\qquad d)\ -6+3=-3$

Multiplicação e Divisão

Sinais iguais: Operamos e aplicamos o sinal positivo.

Sinais diferentes: Operamos e aplicamos o sinal negativo.

Exemplos:

$a)\ (+6)\cdot(+3)=18$ $e)\ (+6)\div(+3)=2$
$b)\ (-6)\cdot(-3)=18$ $f)\ (-6)\div(-3)=2$
$c)\ (+6)\cdot(-3)=-18$ $g)\ (+6)\div(-3)=-2$
$d)\ (-6)\cdot(+3)=-18$ $h)\ (-6)\div(+3)=-2$

Exercícios:

1.5 – Potenciação.

Potenciação é o tipo de multiplicação, em que os fatores são todos iguais.

Exemplo: $\mathbf{10 \cdot 10 = 10^2}$

Exemplo: $\mathbf{10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3}$

Base da potência é o número que é multiplicado várias vezes por ele mesmo (no exemplo acima, é o número 10).

Expoente é o número que indica quantas vezes a base está sendo multiplicada (nos exemplos acima, são os números 2 e 3).

O resultado da potenciação é chamado de **potência**.

Exemplo: $\mathbf{4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64}$

que se lê: **4 elevado à 3ª potência** ou
4 à terceira ou ainda
4 ao cubo

Exemplo: $\mathbf{5^2 = 5 \cdot 5 = 25}$

Exemplo: $\mathbf{2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32}$

1.5.1 – Observações importantes:

1. Se a base é igual a 1 e o expoente é qualquer número, então a potência é sempre igual a 1.

Exemplo: $\mathbf{1^5 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1}$

2. Se o expoente é igual a 1 e a base é qualquer número, então a potência é sempre igual à base.

Exemplo: $\mathbf{3^1 = 3}$

3. Se a base é zero e o expoente é qualquer número diferente de zero, então a potência é sempre igual a zero.

Exemplo: $\mathbf{0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0}$

4. Se a base é 10 e o expoente é qualquer número diferente de zero, então a potência é um número que começa com 1 e tem um número de zeros igual ao expoente.

Exemplo: $\mathbf{10^2 = 10 \cdot 10 = 100}$

$$\mathbf{10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100.000}$$

5. Se a base é um número qualquer diferente de zero e o expoente é zero, então a potência, é sempre igual a 1.

Exemplo: $\mathbf{3^0 = 1}$

Observe o seguinte: $\mathbf{3^4 = 81}$

$\mathbf{3^3 = 27}$

$\mathbf{3^2 = 9}$

$\mathbf{3^1 = 3}$

$\mathbf{3^0 = 1}$

1.5.2 – Regras da potenciação.

Primeira propriedade: Produto de potências de mesma base

$\mathbf{5^3 \cdot 5^4 = (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) =}$

$\mathbf{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =}$

$\mathbf{5^{(3+4)} = 5^7}$

Para multiplicar potências de mesma base, repetimos a base e somamos os expoentes.

$$\mathbf{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$$

Segunda propriedade: Divisão de potências de mesma base

$\mathbf{5^7 / 5^4 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) / (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) =}$

$\mathbf{5 \cdot 5 \cdot 5 = \quad 5^{(7-4)} = 5^3}$

Para dividir potências de mesma base, repetimos a base e subtraímos os expoentes.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Terceira Propriedade: Potenciação de potência

$\mathbf{(3^2)^3 = 3^2 \bullet 3^2 \bullet 3^2 = 3^{2+2+2} = 3^{2 \cdot 3} = 3^6}$

Para elevar uma potência a um outro expoente, repetimos a base e multiplicamos os expoentes.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Quarta propriedade: Distributividade em relação à multiplicação e à divisão

Para elevar um produto ou um quociente a um expoente, elevamos cada fator a esse expoente ou, no caso do quociente, elevamos o dividendo e o divisor ao mesmo expoente.

$$(a \times b)^m = a^m \times b^m$$

$$(\frac{a}{b})^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Referências Bibliográficas:

Silva, Sebastião Medeiros da. Matemática para os cursos de economia, administração e contabilidade. 5.ed. São Paulo: Editora Atlas, 1999.

Viveiro, Tânia Cristina Neto G.. Manual Compacto de Matemática: Teoria e Prática. 2.ed. São Paulo: Editora Rideel, 1996.

Giovanni, José Rui; Bonjorno, José Roberto; Giovanni Jr., José Rui, Matemática completa: ensino médio . vol. Único, São Paulo : Editora FTD, 2002.

Lemos, Aluisio Andrade; Higuchi, Fidefico; Fridman, Salomão, Matemática, São Paulo: Editora Moderna, 1976.

Bezerra, Manoel; Jairo, Questões de Matemática, São Paulo: Editora Nacional, 1976.