Módulo 03 – Expressões algébricas. Produtos notáveis. Fatoração. Equações do primeiro e segundo grau.

Objetivos:

- Conceituar variáveis.
- Enumerar as propriedades operacionais das expressões algébricas.
- Fatorar expressões algébricas.
- Simplificar expressões algébricas.
- Aplicar as propriedades operacionais dos números no desenvolvimento de expressões algébricas.
- Enumerar os principais produtos notáveis.
- Utilizar os conceitos e as propriedades operacionais dos números na resolução de problemas.

3 – Expressões algébricas.

As expressões que apresentam letras, além de operações e números são chamadas **expressões algébricas.**

As letras são as variáveis.

Exemplo: Uma pessoa ganha R$ 20,00 por dia de trabalho. Quanto essa pessoa ganhará por um
certo número de dias trabalhado?

Para calcular quanto essa pessoa ganhará, podemos escrever a expressão algébrica:

$\mathbf{20 \cdot x}$

Observações:

1º) Nas expressões algébricas o sinal de multiplicação é opcional, veja:

$3 \cdot x$	se escreve	$3x$
$a \cdot b \cdot x$	se escreve	abx

2º) Podemos ter expressões algébricas com uma variável, com mais de uma variável ou ainda sem
variável:

$2xy$	expressão com duas variáveis:	x e y
$5a^2 b c^3$	expressão com três variáveis:	a, b e c
125	expressão sem variável.	

3.1 – Valor numérico de uma Expressão algébrica.

Valor numérico da expressão é o resultado encontrado quando substituímos as variáveis de uma
expressão por números e efetuamos as operações indicadas.

Exemplo: O valor numérico da expressão $5x + 4$ para $x = 2$, é:

$$5 \cdot 2 + 4 = 10 + 4 = 14$$

A parte numérica de um monômio é o **coeficiente** e a outra parte formada por letras é a parte

literal.

Dois ou mais monômios que possuem a mesma parte literal e coeficientes diferentes são chamados de **monômios semelhantes**.

Só podemos somar ou subtrair monômios que sejam semelhantes

Exemplo: $\mathbf{4xy + 7xy - 5xy =}$

$\mathbf{(4 + 7 - 5)\ xy =}$

$\mathbf{6xy}$

Exemplo: $\mathbf{a + 2a + 3a - 5a =}$

$\mathbf{6a - 5a =}$

$\mathbf{1a = a}$

Exemplo: $\mathbf{a + 2b + 3a - 5b =}$

$\mathbf{a + 3a + 2b - 5b =}$

$\mathbf{4a - 3b}$

Exemplo: $\mathbf{a + 2(a+3b) - 5(a - b) =}$

$\mathbf{a + 2a + 6b - 5a + 5b =}$

$\mathbf{a + 2a - 5a + 6b + 5b =}$

$\mathbf{3a - 5a + 11b =}$

$\mathbf{- 2a + 11b}$

Exemplo: $\mathbf{(a + 2b)(a+3b) - (5 - a)(a - b) =}$

$\mathbf{a\ (a+3b) + 2b\ (a+3b) - [5\ (a - b) - a(a - b)] =}$

$\mathbf{a^2 + 3ab + 2ab + 6b^2 - [5a - 5b - a^2 + ab] =}$

$\mathbf{a^2 + 3ab + 2ab + 6b^2 - 5a + 5b + a^2 - ab =}$

$\mathbf{2a^2 + 4ab + 6b^2 - 5a + 5b}$

Exemplo: Determine o valor numérico da expressão $x^3y^2 - x^2 + y^3$, para $x = 2$ e $y = -1$

$\mathbf{x^3y^2 - x^2 + y^3}$

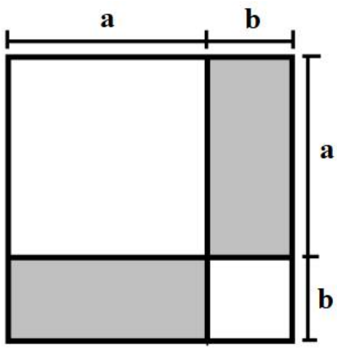
$\mathbf{x = 2}$ e $\mathbf{y = -1}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{2^3(-1)^2 - 2^2 + (-1)^3 =}$

$\mathbf{8 \,.\, 1 - 4 + (-1) =}$

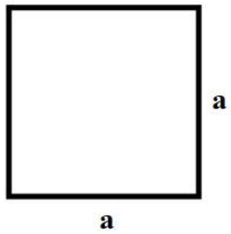
$\mathbf{8 - 4 - 1 =}$

3.2 – Produtos notáveis.

3.2.1 – Primeiro Produto notável.



Área: $(a + b)^2$



Área: a^2

$$(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

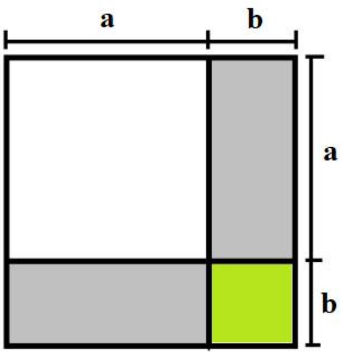
O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo, mais duas vezes o produto do 1º pelo 2º, mais o quadrado do 2º termo.

Exemplo: $(3x + 4y)^2 =$

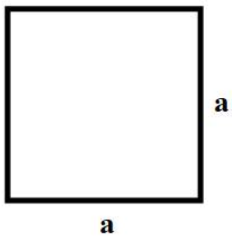
$(3x)^2 + 2(3x)(4y) + (4y)^2 =$

$9x^2 + 24xy + 16y^2$

3.2.2 – Segundo Produto notável.



Área: $(a – b)^2$



Área: a^2

$$(a - b)^2 = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

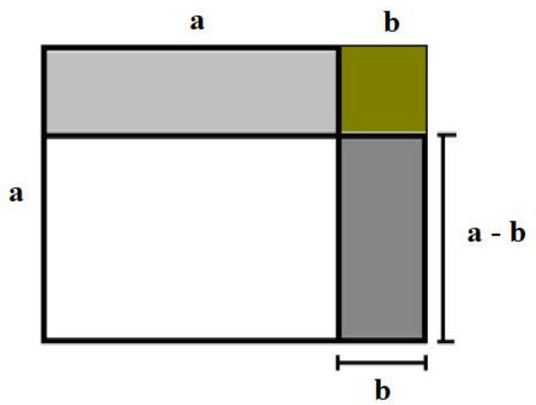
O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo, menos duas vezes o produto do 1º pelo 2º, mais o quadrado do 2º termo.

Exemplo: $(3x - 4y)^2 =$

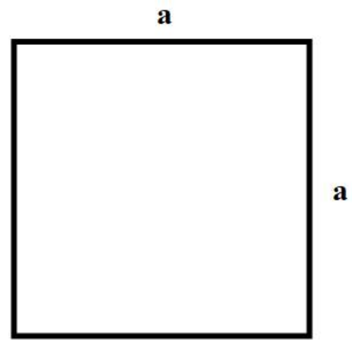
$(3x)^2 - 2(3x)(4y) + (4y)^2 =$

$9x^2 - 24xy + 16y^2$

3.2.3 – Terceiro Produto notável.



Área: (a – b)(a + b)



Área: a^2

$$\mathbf{(a - b)(a + b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2}$$

O produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo menos o quadrado do 2º termo.

Exemplo: **$(3x - 4y)(3x + 4y) =$**

$(3x)^2 - (4y)^2 =$

$9x^2 - 16y^2$

Exercícios:

1) Determine o valor da expressão $2x^4+4x-5$ com $x = 3$. R: 169

2) Calule o valor da expressão $\dfrac{x^2+2xy+y^2}{x^2+xy-3x-3y}$ para $x = -2$ e $y = 4$. R: – 0,4

3) Determine o valor da expressão $\dfrac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ com $a = 64$ e $b = 36$. Resp.: 5/7

Reduza os termos semelhantes nas seguintes expressões algébricas:

4) 6x + (2x – 4) – 2= (R: 8x – 6)

5) 7y – 8 – (5y – 3) = (R: 2y – 5)

6) 4x – (– 3x + 9 – 2x) = (R: 9x – 9)

7) 3x – (– 2x + 5) – 8x + 9 = (R: – 3x + 4)

8) 4x – 3 + (2x + 1) = (R: 6x – 2)

9) (x + y) – (x + 2y) = (R: – y)

10) (3x – 2y) + (7x + y) = (R: 10x – 19)

11) – (8a + 4 – (3a + 2)= (R: – 11a – 6)

12) 5a + (3a – 2) – (10a – 8) = (R: – 2a + 6)

13) 6x + (5x – 7) – (20 + 3x)= (R: 8x – 27)

14) (x + y + z) + x – (3y + z) = (R: 2x – 2y)

15) (m + 2n) – (r – 2n) – (n+ r) = (R: m + 3n – 2r)

16) – (6y + 4x) + (3y – 4x) – (– 2x + 3y) = (R: – 6y – 6x)

Exemplos de fatoração utilizando fator comum em evidência:

17) $x^6-4x^4+4x^2$ = (R: $x^2(x^2-2)^2$)

18) x^6-4x^4 = (R: $x^4(x+2)(x-2)$)

19) $8x^4+12x^2y^2$ = (R: $4x^2(2x^2+3y^2)$)

20) Avaliar a expressão: $\frac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2}:\frac{x-y}{x+y}$ (R: 1)

21) Avaliar a expressão: $(\frac{2k-1}{k+1}-\frac{2k+1}{k-1}):(1+\frac{1}{k-1})$ (R: $\frac{-6}{k+1}$)

22) Simplificar a expressão: $(\frac{x^2-y^2}{3x^2y^2}):(\frac{1+2x}{x}-\frac{2y-1}{y})$ (R: $\frac{x-y}{3xy}$)

23) Simplificar a expressão: $(\frac{1}{x-y}+\frac{1}{x+y}):(\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{(x+y)^2-2y(x+y)})$ (R: $\frac{1}{2y}$)

24) Simplificar a expressão: $(\frac{x+y}{2x-2y}-\frac{x-y}{2x+2y}-\frac{2y^2}{y^2-x^2})(\frac{1}{y}-\frac{1}{x})$ (R: $\frac{2}{x}$)

3.3 – Equações do 1º grau com uma variável

3.3.1 – Forma geral

Equação é toda sentença matemática aberta representada por uma igualdade, em que exista uma ou mais letras que representam números desconhecidos.

Exemplo: x + 3 = 12 – 4

Forma geral: **ax + b = 0**,

em que **x** representa a variável (incógnita) e **a** e **b** são números reais, com **a ≠ 0.** Dizemos que **a** e **b** são os coeficientes da equação (**ax + b = 0**, é a forma mais simples da equação do 1º grau).

Exemplos:

01) x - 4 = 2 + 7 (variável x)

02) 2m + 6 = 12 – 3 (variável m)

03) –2r + 3 = 31 (variável r)

04) 5t + 3 = 2t – 1 (variável t)

05) 3(b – 2) = 3 + b (variável b)

4 + 7 = 11

(é uma igualdade, mas não possui uma variável, portanto não é uma equação do 1º grau)

3x – 12 > 13

(possui uma variável, mas não é uma igualdade, portanto não é uma equação do 1º grau)

Devemos observar duas partes em uma equação, o 1º membro à esquerda do sinal de igual e o 2º membro à direita do sinal de igual.

$$3x - 5 = 4(2x - 7)$$

Conjunto Solução: Conjunto formado por valores reais que tornam a sentença verdadeira. Representamos pela letra **S.**

Exemplo:

Dentre os elementos do conjunto F = {0, 2, 3, 6, 8, 9}, qual deles torna a sentença matemática 2x – 4 = 2, verdadeira.

2(0) – 4 = 2 Falso

2(2) – 4 = 2 Falso

2(3) – 4 = 2 Verdadeiro

2(6) – 4 = 2 Falso

2(8) – 4 = 2 Falso

2(9) – 4 = 2 Falso

Devemos observar que o conjunto **S** = {3}

3.3.2 – Raiz da equação

Um dado número é chamado de raiz da equação, quando este torna a igualdade verdadeira.

Exemplo:

Vamos verificar se o número **4** é raiz da equação **9x – 4 = 8 + 6x**.

9(4) – 4 = 8 + 6(4)

36 – 4 = 8 + 24

32 = 32

3.3.3 – Resolvendo Equações do 1º grau

Resolver uma equação do 1º grau significa determinar a raiz ou conjunto solução dessa equação, caso exista solução.

Exemplo:

$$5x+11= -4$$

$$5x+11+(-11)= -4+(-11)$$

$$5x = -15$$

$$5x \div 5 = -15 \div 5$$

$$x= -3$$

3.3.4 – Resolvendo equações pelo método prático:

Exemplo:

$$5x + 11 = -4$$
$$5x = -4 - 11$$
$$5x = -15$$
$$x = -\frac{15}{5}$$
$$x = -3$$

Exemplos: Resolva as seguintes equações do 1º grau com uma variável.

01) $x + 5 = 8$

02) $13y - 16 = -3y$

03) $3(t - 2) - (1 - t) = 13$

04) $\frac{x}{4} - \frac{7}{10} = \frac{2x}{5} - 1$

05) $5z - 7 = 5z - 5$ (Impossível)

06) $5x - 4 = -(4 - 5x)$ (Indeterminado)

Exercícios: Resolva as equações a seguir.

01) $5(x+2) - 2(3x-1) = 13$

02) $\frac{1}{2}(3x + 1) + \frac{1}{3}(x - 1) = 2$

03) $x - \frac{x - 2}{3} = 2 - \frac{2 - x}{4}$

04) $\frac{x+3}{2} + \frac{x+4}{3} + \frac{x+5}{4} = 16$

05) $10y - 5(1+y) = 3(2y-2) - 20$ Resp.: 21

06) $x(x+4) + x(x+2) = 2x^2 + 12$ Resp.: 2

07) $\frac{x-5}{10} + \frac{1-2x}{5} = \frac{3-x}{4}$ Resp.: – 21

08) $4x(x+6) - x^2 = 5x^2$ Resp.: 12

09) $10 - (8x - 2) = 5x + 2(-4x + 1)$ Resp.: 2

10) $\frac{2(x+3)}{3} + \frac{5(2x-1)}{2} = 5x - \frac{1}{6}$ Resp.: 0,5

11) A soma de três números inteiros consecutivos é 360. Quais são esses números? Resp.: 119, 120 e 121.

3.3.5 – Problemas envolvendo equações do primeiro grau:

1) O dobro de um número aumentado de 15, é igual a 45. Qual é esse número? (R: 15)

2) A soma de um número com o seu triplo é igual a 64. Qual é esse número? (R: 16)

3) A idade de um pai é igual ao triplo da idade de seu filho. Calcule essas idades, sabendo que juntos têm 72 anos. (R: 54 e 18)

4) Somando 15 anos ao dobro da idade de Sônia, obtemos 55 anos. Qual é a idade de Sônia? (R: 20)

5) O dobro de um número, diminuído de 4, é igual a esse número aumentado de 9. Qual é esse número? (R: 15)

6) O triplo de um número, menos 20, é igual ao dobro do número menos 1. Qual é esse número? (R: 19)

7) O quádruplo de um número, diminuído de 10, é igual ao dobro desse número, aumentado de 2. Qual é esse número? (R: 6)

8) O triplo de um número, menos 25, é igual ao próprio número mais 55. Qual é esse número? (R: 40)

9) Num estacionamento há carros e motos, totalizando 138. O número de carros é igual a 5 vezes o de motos. Quantos carros há no estacionamento? (R: 115)

10) A metade de um número somado com a sua quarta parte é igual a 48. Qual é esse número? (R: 64)

11) Um número mais sua metade é igual a 15. Qual é esse número?(R: 10)

12) A diferença entre um número e sua quinta parte é igual a 32. Qual é esse número? (R: 40)

13) O triplo de um número é igual a sua metade mais 10. Qual é esse número? (R: 4)

14) O dobro de um número menos 10, é igual à sua metade, mais 50. Qual é esse número? (R: 40)

15) Subtraindo 5 da terça parte de um número, obtém-se o resultado 15. Qual é esse número? (R: 60)

16) A diferença entre o triplo de um número e a metade desse número é 35 . Qual é esse número? (R: 14)

17) A metade dos objetos de uma caixa mais a terça parte desses objetos é igual a 25. Quantos objetos há na caixa? (R: 30)

18) Em uma fábrica, um terço dos empregados são estrangeiros e 72 empregados são brasileiros. Quantos são so empregados da fábrica? (R: 108)

19) Flávia e Silvia têm juntas 21 anos. A idade de Sílvia é ¾ da idade de Flávia. Qual a idade de cada uma? (R: 12 e 9)

20) A soma das idades de Carlos e Mário é 40 anos. A idade de Carlos é 3/5 da idade de Mário. Qual a idade de Mário? (R: 25)

3.4 – Equações do 2º grau com uma variável. Resolução de problemas.

Objetivos:

- Conceituar e classificar equações do segundo grau.
- Resolver equações do segundo grau.
- Resolver problemas de equações do segundo grau.
- Resolver sistemas que se reduzem a equações do segundo grau.
- Equacionar e resolver problemas envolvendo sistemas de equações do segundo grau.

3.4.1 – Definição. Tipos de equações do 2º grau.

Equação é toda sentença matemática aberta representada por uma igualdade, em que exista uma ou mais letras que representam números desconhecidos.

Equação do 2º grau é toda equação que, após as simplificações, se apresenta na forma $a x^2 + b x + c = 0$, onde a, b e c são números reais quaisquer e a ≠ 0.

Exemplos: (1) $x^2 - 4x + 11 = -4$

(2) $3x^2 - 7x + 20 = 4x^2 + 5x - 7$

Forma geral: $ax^2 + bx + c = 0$,

em que **x** representa a variável (incógnita) e **a, b** e **c** são números racionais, com **a** $\neq$ **0**. Dizemos que **a, b** e **c** são os coeficientes da equação.

($ax^2 + bx + c = 0$, é a forma mais simples da equação do 2º grau).

Exemplos:

(1) $x^2 - 7x + 6 = 0$

(2) $x^2 - 7x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 7x + 0 = 0$

(3) $x^2 + 6 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + 0x + 6 = 0$

(4) $3x^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3x^2 + 0x + 0 = 0$

4 + 7 = 11, (é uma igualdade, mas não possui uma variável, portanto não é uma equação do 2º grau) .

3x – 12 = 13, (possui uma variável, mas não é uma equação do 2º grau)

Devemos observar duas partes em uma equação, o 1º membro à esquerda do sinal de igual e o 2º membro à direita do sinal de igual.

$$3x^2 - 7x + 20 \quad = \quad 4x^2 + 5x - 7$$

Conjunto Solução: Conjunto formado por valores reais que tornam a sentença verdadeira. Representamos pela letra **S.**

Exemplo: Dentre os elementos do conjunto **S** = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, qual deles torna a sentença matemática $x^2 - 7x + 6 \quad = \quad 0$, verdadeira?

$0^2 - 7 \times 0 + 6 \quad = \quad 6$ Errado

$1^2 - 7 \times 1 + 6 \quad = \quad 0$ Verdadeiro

$2^2 - 7 \times 2 + 6 \quad = \quad -4$ Errado

$3^2 - 7 \times 3 + 6 \quad = \quad -6$ Errado

$4^2 - 7 \times 4 + 6 \quad = \quad -6$ Errado

$5^2 - 7 \times 5 + 6 \quad = \quad -4$ Errado

$6^2 - 7 \times 6 + 6 \quad = \quad 0$ Verdadeiro

$7^2 - 7 \times 7 + 6 \quad = \quad 6$ Errado

Devemos observar que é o conjunto **S** = {1, 6}.

Classificação das equações do 2º grau.

Completa – Toda equação do 2º grau que se apresenta na forma

$$ax^2 + bx + c \quad = \quad 0$$ com a, b, c ≠ 0;

Incompleta – Toda equação do 2º grau que se apresenta na forma

$$ax^2 + bx + c \quad = \quad 0$$ com a ≠ 0 e

b = 0 ou

c = 0 ou

b = 0 e c = 0.

Exemplos:

(1)	$x^2 - 7x + 6 = 0$		Completa	
(2)	$x^2 - 7x = 0$	$\Leftrightarrow$	$x^2 - 7x + 0 = 0$	Incompleta
(3)	$x^2 + 6 = 0$	$\Leftrightarrow$	$x^2 + 0x + 6 = 0$	Incompleta
(4)	$3x^2 = 0$	$\Leftrightarrow$	$3x^2 + 0x + 0 = 0$	Incompleta

3.4.2 – Raizes da equação do 2º grau.

Um dado número é chamado de raiz da equação, quando este torna a igualdade verdadeira.

Verificando se um dado número é raiz da equação:

Exemplos: Vamos verificar se os números 4, 5 e 6 são raizes da equação

$$x^2 - 7x + 6 = 0.$$

$4^2 - 7 \times 4 + 6 = 16 - 28 + 6 = -12 + 6 = -6$ (4 não é raiz)

$5^2 - 7 \times 5 + 6 = 25 - 35 + 6 = -10 + 6 = -4$ (5 não é raiz)

$6^2 - 7 \times 6 + 6 = 36 - 42 + 6 = -6 + 6 = 0$ (6 é raiz)

3.4.3 – Resolvendo Equações do 2º grau. Determinação das raizes.

Resolver uma equação do 2º grau significa determinar as raizes ou o conjunto solução dessa equação, caso exista solução.

Exemplo: $x^2 - 6x + 9 = 0$

$(x-3)^2 = 0$

Observe que $(x-3)^2 = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$

$(x-3)(x-3) = 0$

$x - 3 = 0 \quad ou \quad x - 3 = 0$

$x' = 3 \quad ou \quad x'' = 3$

3.4.4 – Revisando produtos notáveis:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

3.4.5 – Resolvendo equações do 2º grau incompletas

Exemplo: (1)

$$x^2 = 0$$
$$x \times x = 0$$
$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 0$$
$$x' = 0 \quad \text{ou} \quad x'' = 0$$

Exemplo: (2)

$$x^2 - 6x = 0$$
$$x(x-6) = 0$$
$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 6 = 0$$
$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 6$$
$$x' = 0 \quad \text{ou} \quad x'' = 6$$

Exemplo: (3)

$$x^2 - 9 = 0$$
$$(x+3)(x-3) = 0$$
$$x + 3 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 3 = 0$$
$$x = -3 \quad \text{ou} \quad x = 3$$
$$x' = -3 \quad \text{ou} \quad x'' = 3$$

Exemplo: (4)

$$(x-3)^2 = 16$$
$$(x-3)(x-3) = 16$$
$$x - 3 = 4 \quad \text{ou} \quad x - 3 = -4$$
$$x = 4 + 3 \quad \text{ou} \quad x = -4 + 3$$
$$x' = 7 \quad \text{ou} \quad x'' = -1$$

3.4.6 – Resolvendo equações do 2º grau completas

Exemplo: (5) $x^2+6x = 16$

$x^2+6x+9 = 16+9$

$(x+3)(x+3) = 25$

$x+3 = 5$ ou $x+3 = -5$

$x = 5-3$ ou $x=-5-3$

$x' = 2$ ou $x''=-8$

Exemplo: (6) $x^2-6x+8 = 0$

Comecemos completando o quadrado

$a^2 = x^2$ ==> $a=x$

$2ab = 6x$ ==> $2xb = 6x$ ==> $b = 3$ ==> $b^2 = 9$

$x^2-6x = -8$

$x^2-6x+9 = -8+9$

Portanto $x^2-6x+9 = 1$ pode ser escrito como

$(x-3)^2 = 1$ ou

$x-3 = \pm 1$

$x-3 =1$ *ou* $x-3 = -1$

$x' =3+1$ *ou* $x'' = 3-1$

$x' =4$ *ou* $x'' = 2$

Utilizando a fórmula de Bháskara para resolver a equação: $Ax^2+Bx+C=0$

Uma equação do segundo grau tem a forma geral $Ax^2 + Bx + C = 0$, onde os coeficientes A, B e C, são constantes conhecidas e $A \neq 0$.

A equação pode ter no máximo duas soluções, dependendo do valor do discriminante

$$\Delta = B^2 - 4AC.$$

Se $\Delta = 0$ a equação tem uma única solução, Se $\Delta > 0$ a equação tem duas soluções distintas x' e x'', e

Se $\Delta < 0$ a equação não tem solução.

Para obtermos as soluções da equação do segundo grau utilizamos a fórmula de Báskara

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A}$$

Exemplo: (1) $x^2 - 6x + 8 = 0$

$$A = 1 \quad B = -6 \quad C = 8$$

$$\Delta = B^2 - 4AC$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 8$$

$$\Delta = 36 - 32$$

$$\Delta = 4$$

$$\sqrt{\Delta} = 2$$

$$x = \frac{-6 \pm 2}{2 \times 1}$$

$$x' = \frac{-6+2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x'' = \frac{-6-2}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Exercícios: Resolver as seguintes equações do 2º grau com uma variável.

01) $x^2 + 2x + 1 = 0$

02) $5x - 2x^2 - 1 = 0$

03) $2x^2 - 14x + 12 = 0$

04) $7x - x^2 - 10 = 0$

05) $5x^2 - x + 7 = 0$

06) $-x^2 + 25 = 0$

07) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

08) $-x^2 + 4x - 4 = 0$

09) $x^2 - \frac{1}{4} = 0$

10) $-5x^2 + 10x = 0$

11) $5x^2 - 6x + 5 = 0$

12) $-x^2 - 4x - 4 = 0$

13) $5 + x^2 = 9$

14) $7x^2 - 3x = 4x + x^2$

15) $\frac{4}{x}+\frac{x}{2} = 3; \; x \neq 0$

16) $\frac{2x}{x-1} = \frac{5x+1}{(x-1)(x+2)} \; ; \; x \neq 1, \; x \neq -2$

17) $\frac{4x}{5} = \frac{5}{x}$

18) $3+\frac{5}{x-2} = -\frac{x+1}{x}$

19) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1} = \frac{3}{2}$

20) $\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-2} = \frac{1}{2}$

Referências Bibliográficas:

Silva, Sebastião Medeiros da. Matemática para os cursos de economia, administração e contabilidade. 5.ed. São Paulo: Editora Atlas, 1999.

Viveiro, Tânia Cristina Neto G.. Manual Compacto de Matemática: Teoria e Prática. 2.ed. São Paulo: Editora Rideel, 1996.

Giovanni, José Rui; Bonjorno, José Roberto; Giovanni Jr., José Rui, Matemática completa: ensino médio – vol. Único, São Paulo : Editora FTD, 2002.

Lemos, Aluisio Andrade; Higuchi, Fidefico; Fridman, Salomão, Matemática, São Paulo: Editora Moderna, 1976.

Bezerra, Manoel; Jairo, Questões de Matemática, São Paulo: Editora Nacional, 1976.

Sodré, Ulysses; Matemática para o Ensino Fundamental, Médio e Superior; http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/index.html - Out/2007

A Biblioteca Virtual do Estudante Brasileiro – Telecurso 2000 - www.passei.com.br/tc2000/matematica1

KlickEducação O Portal da Educação - http://www.klickeducacao.com.br

Exatas - http://www.exatas.mat.br/index.htm