

Módulo 02 – Expressões numéricas, Potenciação e Radiciação

2.1 – Expressões numéricas.

Quando trabalhamos com expressões numéricas, as operações a serem efetuadas são priorizadas obedecendo a ordem:

- (1) Multiplicação e divisão, na ordem em que aparecem
- (2) Soma e subtração, também na ordem em que ocorrem

Quando a expressão apresentar (), [] e { } a ordem de execução dos cálculos obedece a

- (1) os parêntesis
- (2) os colchetes
- (3) as chaves

Efetua-se as operações entre parênteses. A seguir, efetuam-se as operações entre colchetes, de acordo com a ordem estabelecida. Se existir chaves, efetuam-se as operações entre chaves, também de acordo com a ordem estabelecida. Por fim, calculam-se as operações finais.

Exemplo: $-5 + 3 - 7 + 4 = -5 - 7 + 3 + 4 = -12 + 7 = -5$

Exemplo: $+5 - 3 - 7 = +5 + (-3 - 7) = +5 + (-10) = +5 - 10 = -5$

Exemplo: $5 + (12 + 3) : 3 =$
 $= 5 + 15 : 3 =$
 $= 5 + 5 = 10$

Exemplo: $[(11 + 12) \cdot 3 - 9] : 15 =$
 $= [23 \cdot 3 - 9] : 15 =$
 $= [69 - 9] : 15 =$
 $= 60 : 15 =$
 $= 4$

Exemplo: $\{15 - [2 \cdot (9 - 12 : 4)]\} : 3 =$
 $= \{15 - [2 \cdot (9 - 3)]\} : 3 =$
 $= \{15 - [2 \cdot 6]\} : 3 =$
 $= \{15 - 12\} : 3 =$
 $= 3 : 3 =$
 $= 1$

Exercícios:

Resolver as expressões numéricas:

$$(01) \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} \div \frac{7}{4}$$

$$(02) \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} - \frac{7}{4}$$

$$(03) \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} - \frac{7}{4} \times \frac{2}{3}$$

$$(04) \frac{2}{5} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{6} - \frac{4}{5} \div \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$$

$$(05) \frac{4}{3} + \frac{7}{5} \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{9} \right) - \frac{1}{5}$$

$$(06) \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{5} + 1}{\frac{7}{3} - \frac{3}{7} + 9}$$

$$(07) 5 - \left\{ 4 + 2 \left[32 - \frac{1}{4} \left(\frac{4}{6} - \frac{1}{8} \right) + 2 \right] + 16 \right\}$$

$$(08) 3 \left\{ -1 + 12 \left[-13 + 4 \left(1 - \frac{1}{3} \right) - 1 \right] - 1 \right\}$$

Respostas: (01) $8/35$ (02) $-27/20$ (03) $-23/30$ (04) $-21/20$

2.2 – Potenciação.

Potenciação é o tipo de multiplicação, em que os fatores são todos iguais.

Exemplo: $10 \cdot 10 = 10^2$

Exemplo: $10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$

Base da potência é o número que é multiplicado várias vezes por ele mesmo (no exemplo acima, é o número 10).

Expoente é o número que indica quantas vezes a base está sendo multiplicada (nos exemplos acima, são os números 2 e 3).

O resultado da potenciação é chamado de **potência**.

Exemplo: $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

que se lê: **4 elevado à 3ª potência** ou
4 à terceira ou ainda
4 ao cubo

Exemplo: $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$

Exemplo: $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

2.2.1 – Observações importantes:

1. Se a base é igual a 1 e o expoente é qualquer número, maior ou igual a 0, então a potência é sempre igual a 1.

Exemplo: $1^5 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$
 $1^1 = 1$
 $1^0 = 1$

2. Se o expoente é igual a 1 e a base é qualquer número, maior ou igual a 0, então a potência é sempre igual à base.

Exemplo: $3^1 = 3$
 $1^1 = 1$
 $0^1 = 0$

3. Se a base é zero e o expoente é qualquer número, maior do que zero, então a potência é sempre igual a zero.

Exemplo: $0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

Observação: $0^0 = \text{indeterminado}$

4. Se a base é 10 e o expoente é qualquer número, maior ou igual a 0, então a potência é um número que começa com 1 e tem um número de zeros igual ao expoente.

Exemplo: $10^0 = 1$
 $10^1 = 10 \cdot 10 = 100$
 $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$
 $10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100.000$

5. Se a base é um número qualquer, maior do que 0, e o expoente é zero, então a

potência, é sempre igual a 1.

Exemplo: $3^0 = 1$
 $35^0 = 1$
 $358^0 = 1$

Observe o seguinte: $3^4 = 81$
 $3^3 = 27$
 $3^2 = 9$
 $3^1 = 3$
 $3^0 = 1$

2.2.2 – Regras da potenciação.

Primeira propriedade: Produto de potências de mesma base

$$\begin{aligned} 5^3 \cdot 5^4 &= (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) = \\ &5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = \\ &5^{(3+4)} = 5^7 \end{aligned}$$

Para multiplicar potências de mesma base, repetimos a base e somamos os expoentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Segunda propriedade: Divisão de potências de mesma base

$$\begin{aligned} 5^7 / 5^4 &= (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) / (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) = \\ &5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^{(7-4)} = 5^3 \end{aligned}$$

Para dividir potências de mesma base, repetimos a base e subtraímos os expoentes.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Terceira Propriedade: Potenciação de potência

$$(3^2)^3 = 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 = 3^{2+2+2} = 3^{2 \cdot 3} = 3^6$$

Para elevar uma potência a um outro expoente, repetimos a base e multiplicamos os expoentes.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Quarta propriedade: Distributividade em relação à multiplicação e à divisão

Para elevar um produto ou um quociente a um expoente, elevamos cada fator a esse expoente ou, no caso do quociente, elevamos o dividendo e o divisor ao mesmo expoente.

$$(a \times b)^m = a^m \times b^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Exemplo: (1) $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$

(2) $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$

(3) $(-2)^7 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -128$

Exemplo: Diga se as seguintes igualdades são verdadeiras ou falsas, usando V ou F:

(1) $5^6 \times 5^{-6} \times 6 = 1$ []

(2) $3^3 \times 3^5 \times 3 = 9^9$ []

(3) $\frac{5^{-1}}{7^{-1}} = \frac{7}{5}$ []

(4) $2^{-3} + 3^{-2} = \frac{1}{2^3 + 3^2}$ []

(5) $2^{2^2} = 4^2$ []

Respostas: (1) [F] (2) [V] (3) [V] (4) [F]

(5) [V]

2.3 – Radiciação

Chama-se raiz quadrada de a o número real b , tal que: $b^2 = a$

$$\sqrt{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^2 = a$$

Exemplo: $\sqrt{16} = 4$ pois $4^2 = 16$

$\sqrt{25} = 5$ pois $5^2 = 25$

$\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$ pois $\frac{1}{5}^2 = \frac{1}{25}$

Chama-se raiz cúbica de a o número real b , tal que: $b^3 = a$

$$\sqrt[3]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^3 = a$$

Exemplo: $\sqrt[3]{8} = 2$ pois $2^3 = 8$

$$\sqrt[3]{-27} = -3 \quad \text{pois} \quad (-3)^3 = -27$$

Chama-se raiz quarta de a o número real b , tal que: $b^4 = a$

$$\sqrt[4]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^4 = a$$

Exemplo: $\sqrt[4]{16} = 2$ pois $2^4 = 16$

Chama-se raiz enésima de a o número real b , tal que: $b^n = a$

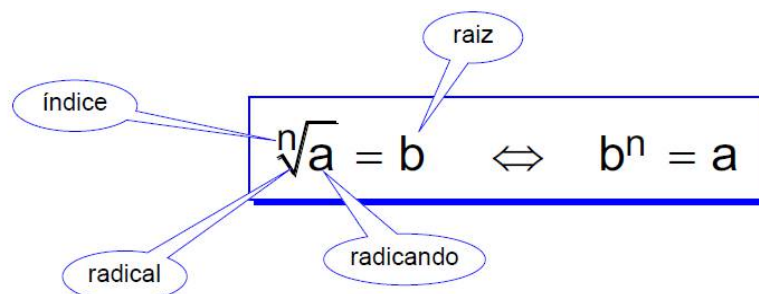
$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

Exemplo: $\sqrt[4]{16} = 2$ pois $2^4 = 16$

$$\sqrt[5]{32} = 2 \quad \text{pois} \quad 2^5 = 32$$

$$\sqrt[7]{-1} = -1 \quad \text{pois} \quad (-1)^7 = -1$$

$$\sqrt[5]{-32} = -2 \quad \text{pois} \quad (-2)^5 = -32$$



Observações:

1) Se $a \geq 0$ então, a raiz nésima de a é sempre igual a $b \geq 0$ qualquer que seja n par ou ímpar.

Exemplo: $\sqrt[4]{16} = 2$ pois $2^4 = 16$

$$\sqrt[5]{32} = 2 \quad \text{pois} \quad 2^5 = 32$$

2) Não existe raiz de índice par de um número negativo.

Exemplo: $\sqrt[4]{-16} =$ não existe

$$\sqrt{-9} =$$
 não existe

3) Se $a < 0$ então, a raiz n -ésima de a é sempre igual a $b < 0$ qualquer que seja n ímpar.

Exemplo: $\sqrt[3]{-8} = -2$ pois $(-2)^3 = -8$
 $\sqrt[5]{-32} = -2$ pois $(-2)^5 = -32$

2.3.1 – Propriedades dos radicais

(P1) $(\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n} = a$

Exemplo: $(\sqrt[3]{4})^3 = \sqrt[3]{4^3} = 4$
 $(\sqrt[5]{-3})^5 = \sqrt[5]{(-3)^5} = -3$

(P2) A raiz n -ésima de um produto é igual ao produto das raízes n -ésimas dos fatores.

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Exemplo: $\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$
 $\sqrt[3]{8 \cdot 27} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} = 2 \cdot 3 = 6$

(P3) A raiz n -ésima de um quociente é igual ao quociente das raízes n -ésimas dos termos da divisão.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Exemplo: $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$
 $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$

(P4) $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$

Exemplo: $\sqrt{2^3} = 2^{3/2}$
 $\sqrt[5]{2^3} = 2^{3/5}$

2.3.2 – Adição e subtração de radicais.

A **adição** e **subtração** de radicais é realizada quando os radicais são semelhantes.

Exemplo: $4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$
 $\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

2.3.2 – Multiplicação e divisão de radicais.

A **multiplicação** e a **divisão** de radicais é realizada quando os radicais são de mesmo índice. Neste caso, multiplicamos ou dividimos os radicandos conservando os índices.

$$\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{20 \cdot 5} = \sqrt{100} = 10$$
$$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{75}{12}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 3}{4 \cdot 3}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$
$$\sqrt[3]{10} \div \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{5}$$

Se os radicais tiverem índices diferentes, deve-se tirar o MMC dos índices, dividir o MMC pelos índices antigos e multiplicar o resultado pelos expoentes dos radicandos.

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 2^2} = \sqrt[6]{2^5}$$
$$\sqrt[4]{5^3} \cdot \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[12]{5^9} \cdot \sqrt[12]{5^8} = \sqrt[12]{5^9 \cdot 5^8} = \sqrt[12]{5^{17}} = \sqrt[12]{5^{12} \cdot 5^5} =$$
$$= \sqrt[12]{5^{12}} \cdot \sqrt[12]{5^5} = 5 \cdot \sqrt[12]{5^5}$$

2.3.2 – Racionalização de denominadores.

Considere a fração $\frac{5}{\sqrt{3}}$, cujo denominador é um número irracional. Vamos agora multiplicar o numerador e o denominador desta fração por $\sqrt{3}$, obtendo uma fração equivalente:

$$\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

Observe que a fração equivalente possui um denominador racional. A essa transformação, damos o nome de **Racionalização de denominadores**.

Exemplo: Raiz quadrada no denominador

$$\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{3} \quad \text{Fator racionalizante: } \sqrt{3}$$

Exemplo: Raiz de índice maior que 2 no denominador

$$\frac{5}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{4}}{2} \quad \text{Fator racionalizante: } \sqrt[3]{2^2}$$

$$\frac{3}{\sqrt[4]{5}} = \frac{3 \cdot \sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{5^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[4]{125}}{\sqrt[4]{5^4}} = \frac{3 \cdot \sqrt[4]{125}}{5} \quad \text{Fator racionalizante: } \sqrt[4]{5^3}$$

$$\text{Fator racionalizante: } \sqrt[7]{5^3}$$

Exemplo: Adição ou subtração de radicais no denominador

$$\frac{5}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{5 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{5 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{3 - 2} = 5 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$\text{Fator racionalizante: } \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\frac{5}{3 - \sqrt{2}} = \frac{5 \cdot (3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})} = \frac{5 \cdot (3 + \sqrt{2})}{9 - 2} = \frac{5 \cdot (3 + \sqrt{2})}{7}$$

$$\text{Fator racionalizante: } 3 + \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}} &= \frac{5 \cdot (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})}{2(\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})} = \\ &= \frac{5 \cdot (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})}{12 - 18} = \frac{5 \cdot (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})}{-6} = \frac{-5}{6} (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$\text{Fator racionalizante: } 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$$

Exemplos:

$$\begin{aligned} 1) \quad &5 \cdot (64 - 12 : 4) = \\ &5 \cdot (64 - 3) = \\ &5 \cdot 61 = 305 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad &480 : \{ 20 \cdot [86 - 12 \cdot (5 + 2)]^2 \} = \\ &480 : \{ 20 \cdot [86 - 12 \cdot 7]^2 \} = \\ &480 : \{ 20 \cdot [86 - 84]^2 \} = \\ &480 : \{ 20 \cdot [2]^2 \} = \\ &480 : \{ 20 \cdot 4 \} = \\ &480 : 80 = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad &- [- 12 - (- 5 + 3)] = \\ &- [- 12 - (- 2)] = \\ &- [- 12 + 2] = \\ &- [- 10] = + 10 \end{aligned}$$

- 4) $25 + \{14 - [25 \times 4 + 40 - (20 \div 2 + 10)]\} =$
 $25 + \{14 - [25 \times 4 + 40 - (10 + 10)]\} =$
 $25 + \{14 - [25 \times 4 + 40 - (20)]\} =$
 $25 + \{14 - [25 \times 4 + 40 - 20]\} =$
 $25 + \{14 - [100 + 40 - 20]\} =$
 $25 + \{14 - [120]\} =$
 $25 + \{14 - 120\} =$
 $25 + \{-106\} =$
 $25 - 106 =$
 -81
- 5) $3 \cdot \{4^2 - [5 \cdot 2^3 + 7 \cdot (9^2 - 80)]\} =$
 $3 \cdot \{16 - [5 \cdot 8 + 7 \cdot (81 - 80)]\} =$
 $3 \cdot \{16 - [5 \cdot 8 + 7 \cdot 1]\} =$
 $3 \cdot \{16 - [40 + 7]\} =$
 $3 \cdot \{16 - [47]\} =$
 $3 \cdot \{16 - 47\} =$
 $3 \cdot \{-31\} =$
 -93
- 6) $\{[(8 \cdot 4 + 3) \div 7 + (3 + 15 \div 5) \cdot 3] \cdot 2 - (19 - 7) \div 6\} \cdot 2 + 12 = ?$
(R: 100)
- 7) O valor da expressão $20x^3 + 2x^2y^5$, para $x = -4$ e $y = 2$ é:
(R: -256)
- 8) Se $5^{3a} = 64$, o valor de 5^{-a} é:
(R: 1/8)
- 9) O valor de $(0,2)^3 + (0,16)^2$ é:
(R: 0,0336)
- 10) O valor de $(0,2)^{-3} + (0,16)^{-2}$ é:
(R: 164,0625)
- 11) (UNIP) O valor de

$\sqrt{\sqrt{8 + \sqrt{14 + \sqrt[3]{6 + \sqrt{4}}}}} é igual a:$

- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{6}$ (D) $2\sqrt{5}$ (E) $5\sqrt{2}$

Referências Bibliográficas:

Silva, Sebastião Medeiros da. Matemática para os cursos de economia, administração e contabilidade. 5.ed. São Paulo: Editora Atlas, 1999.

Viveiro, Tânia Cristina Neto G.. Manual Compacto de Matemática: Teoria e Prática. 2.ed. São Paulo: Editora Rideel, 1996.

Giovanni, José Rui; Bonjorno, José Roberto; Giovanni Jr., José Rui, Matemática completa: ensino médio – vol. Único, São Paulo : Editora FTD, 2002.

Lemos, Aluisio Andrade; Higuchi, Fidefico; Fridman, Salomão, Matemática, São Paulo: Editora Moderna, 1976.

Bezerra, Manoel; Jairo, Questões de Matemática, São Paulo: Editora Nacional, 1976.

Sodré, Ulysses; Matemática para o Ensino Fundamental, Médio e Superior;
<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/index.html> - Out/2007

Telecurso 2000 - Matemática - <http://www.bibvirt.futuro.usp.br/> -
http://www.bibvirt.futuro.usp.br/textos/telecurso_2000

Telecurso 2000 - Matemática - <http://www.bibvirt.futuro.usp.br/> -
http://www.bibvirt.futuro.usp.br/textos/telecurso_2000

KlickEducação O Portal da Educação - <http://www.klickeducacao.com.br>
Exatas - <http://www.exatas.mat.br/index.htm>

Só Matemática- <http://www.somatematica.com.br/>

Matemática.com.br - <http://matematica.com.br/>

<http://vestibular.uol.com.br/resumo-das-disciplinas/matematica/>

http://educacao.uol.com.br/matematica/ensino_medio.jhtm

<http://www.priklady.eu/en/Mathematics/Algebraic-Expressions.alej>

http://www.profcardy.com/cardicas/exercicios/semana_02_1.htm

<http://blog.educacaoadventista.org.br/tioney/arquivos/lista-fatoracao.pdf>

**LIGA DE ENSINO DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO UNIVERSITÁRIO DO RIO GRANDE DO NORTE**