

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS



DE QUALIDADE

CERTIFICAÇÃO

Matemática I

Elaborado por

Prof. Gerson Lachtermacher, Ph.D.

Prof. Rodrigo Leone, D.Sc.

Seção 4

Versão 2009-1

ADM 01004 Matemática I

Prof. da Disciplina
Luiz Gonzaga Damasceno, M. Sc.

Conteúdo da Seção

- Tipos de Funções
 - Função Composta
 - Função Inversa
 - Dependência entre Variáveis

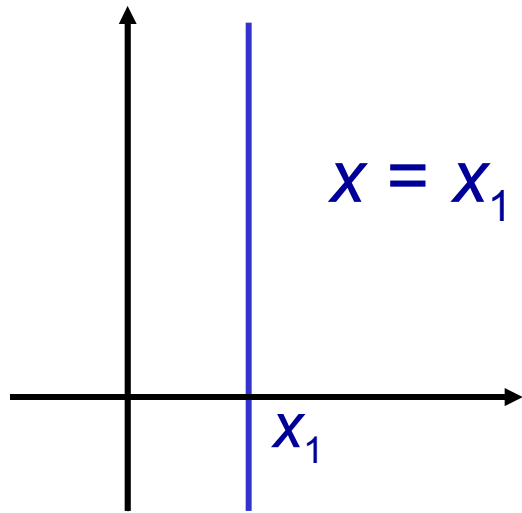
- Função Polinomial
 - Função Linear
 - Representação Gráfica

- Aplicações Reais e Casos

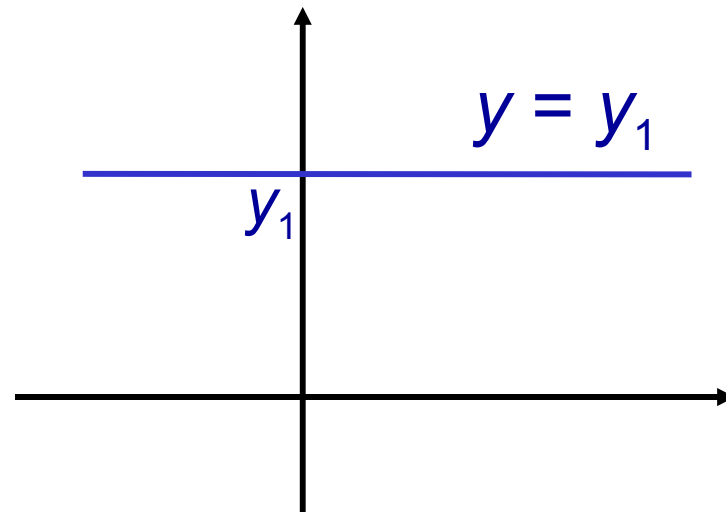
Função Polinomial do 1º Grau

Equações da Reta Especiais

Vertical



Horizontal



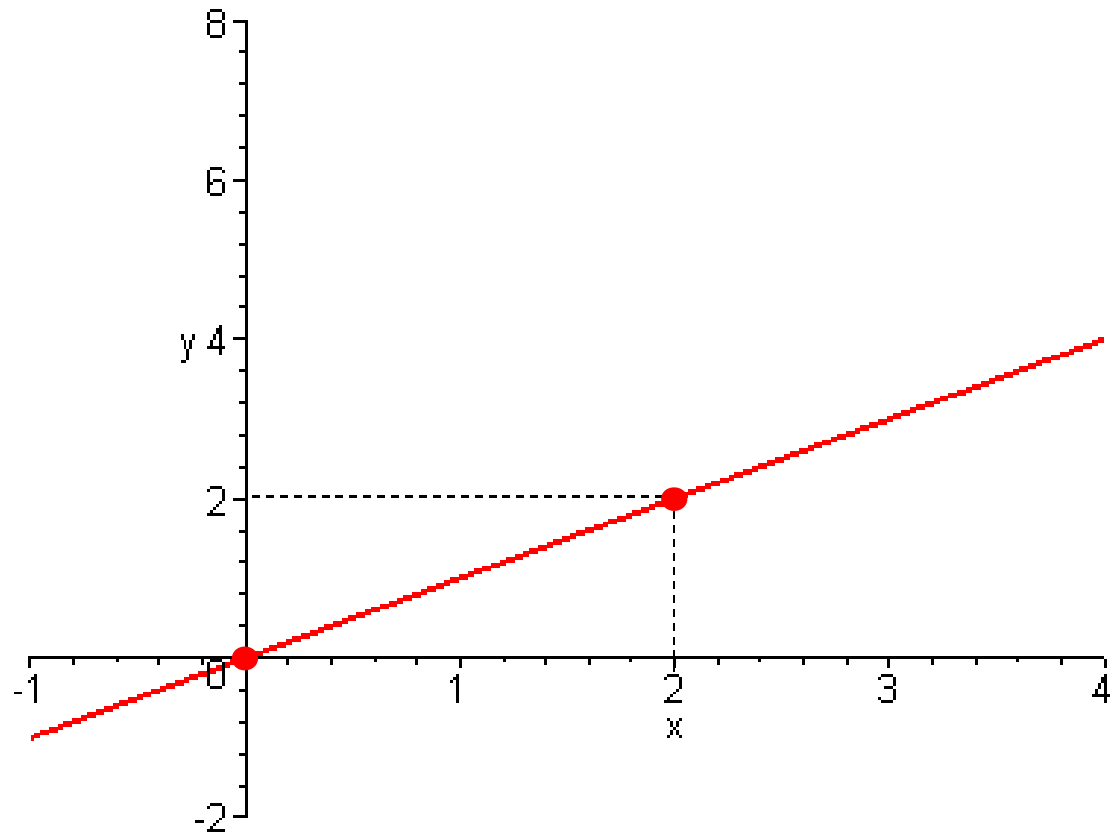
Função Polinomial do 1º Grau

Gráficos em \mathbb{R}^2

$$y = x$$

$$m = 1 ; b = 0$$

x	y
0	0
2	2



Função Polinomial do 1º Grau

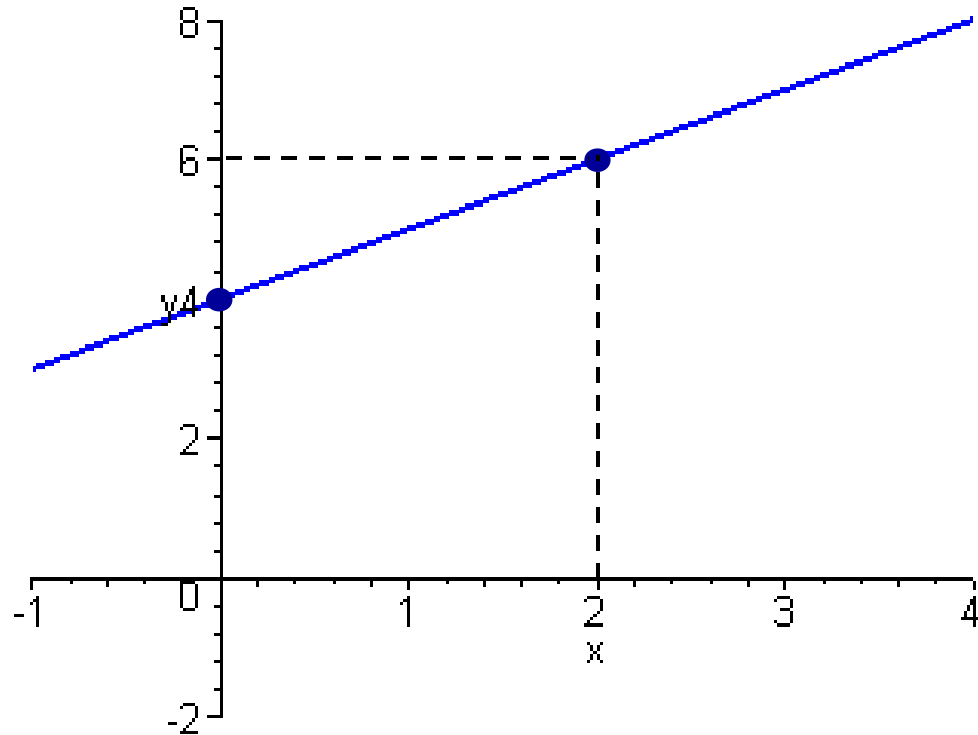
Gráficos em \mathbb{R}^2

$$y = x + 4$$

x	y
0	4
2	6

$$m = 1$$

$$b = 4$$



Função Polinomial do 1º Grau

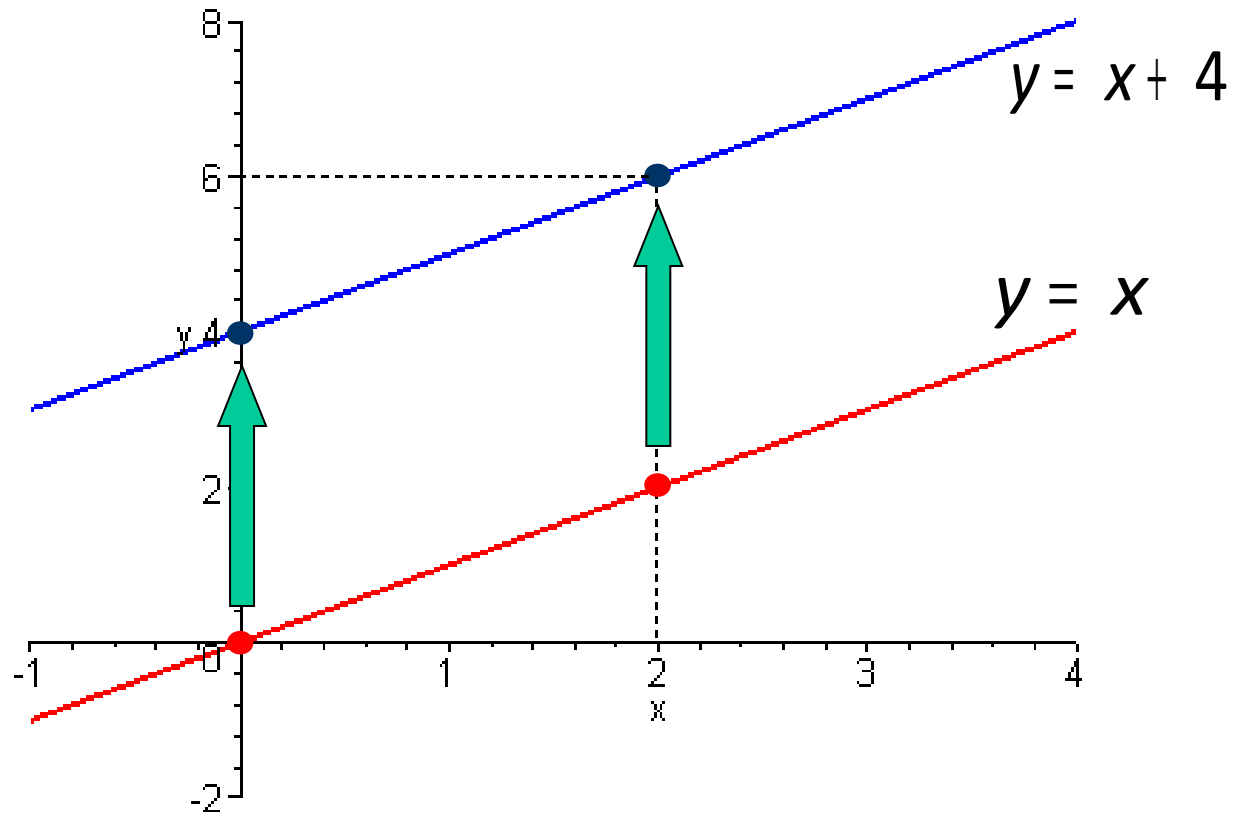
Gráficos em \mathbb{R}^2

$$y = x + 4$$

x	y
0	4
2	6

$$y = x$$

x	y
0	0
2	2



Função Polinomial do 1º Grau

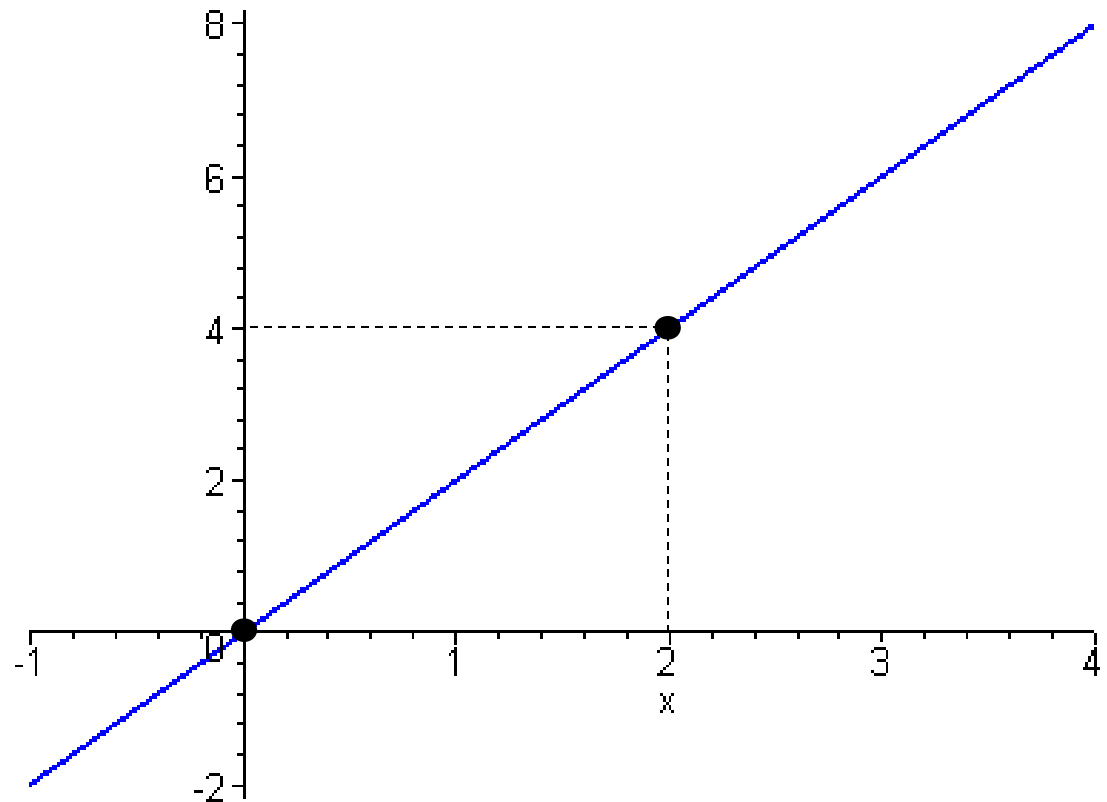
Gráficos em \mathbb{R}^2

$$y = 2x$$

x	y
0	0
2	4

$$m = 2$$

$$b = 0$$



Função Polinomial do 1º Grau

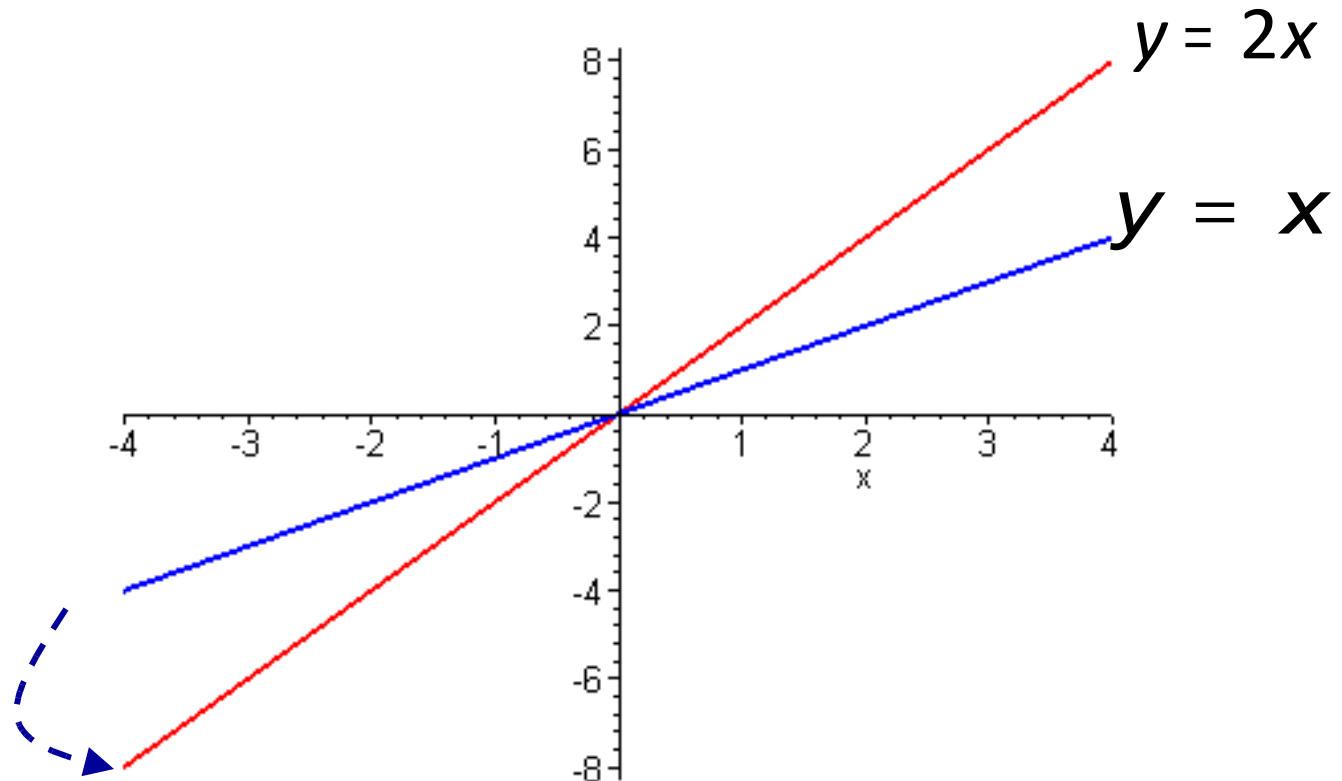
Gráficos em \mathbb{R}^2

$$y = x$$

x	y
0	0
2	2

$$y = 2x$$

x	y
0	0
2	4



Função Polinomial do 1º Grau

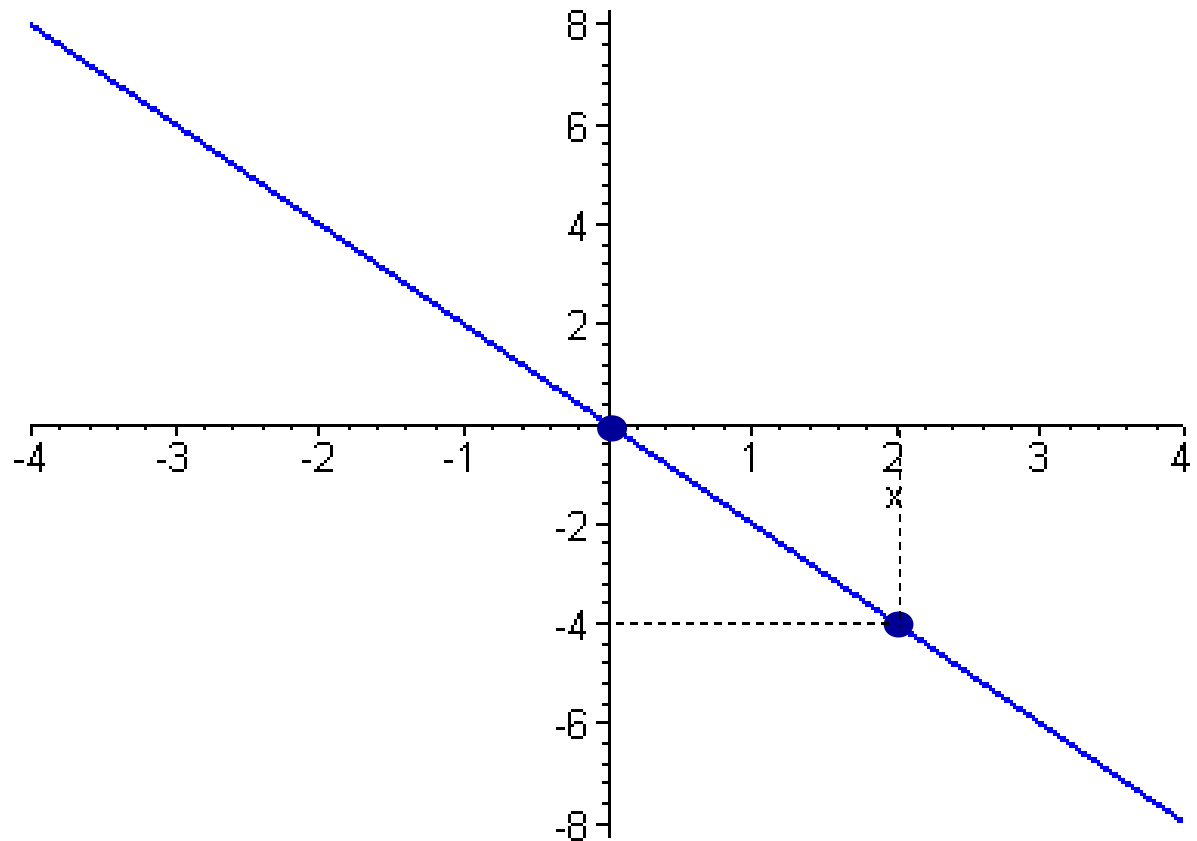
Gráficos em \mathbb{R}^2

$$y = -2x$$

x	y
0	0
2	-4

$$m = -2$$

$$b = 0$$



Função Polinomial do 1º Grau

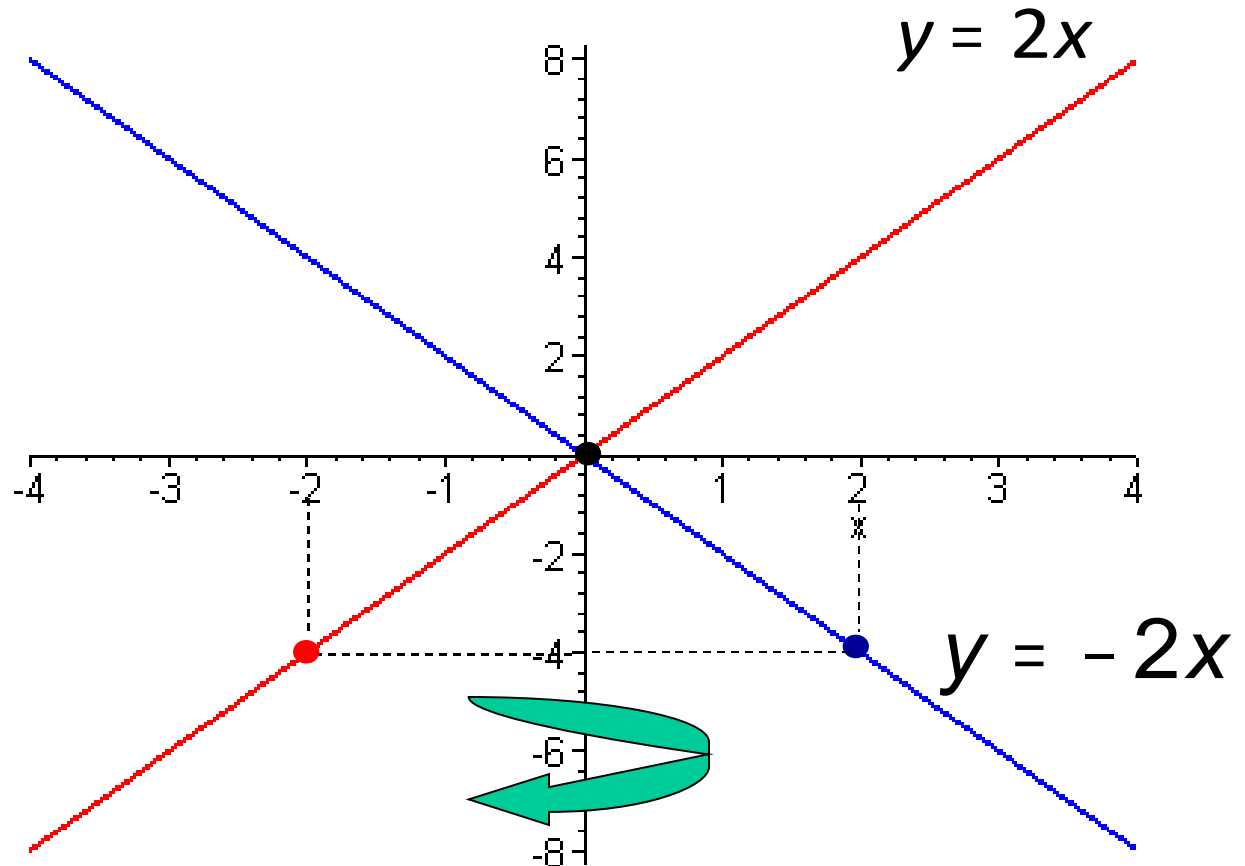
Gráficos em \mathbb{R}^2

$$y = -2x$$

x	y
0	0
2	-4

$$y = 2x$$

x	y
0	0
2	4

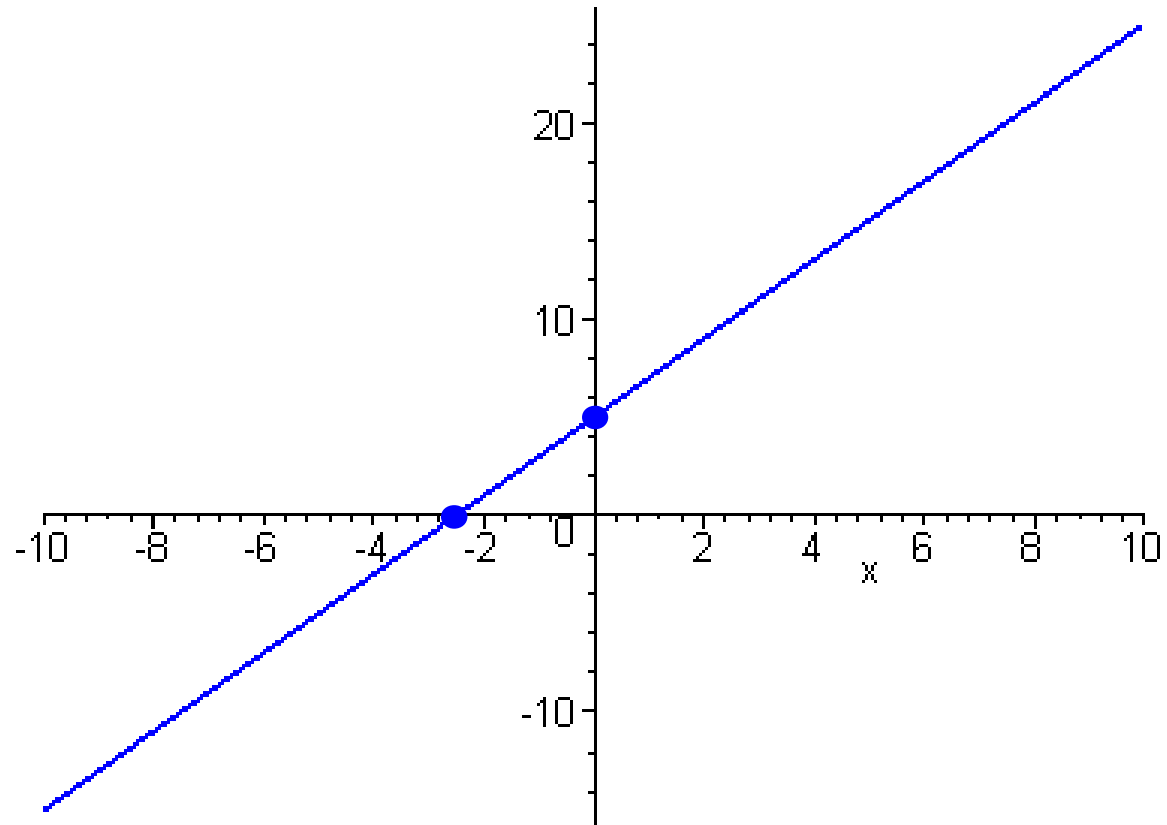


Função Polinomial do 1º Grau

Gráficos em \mathbb{R}^2

$$y = 2x + 5$$

x	y
0	5
$-5/2$	0



Função Polinomial do 1º Grau

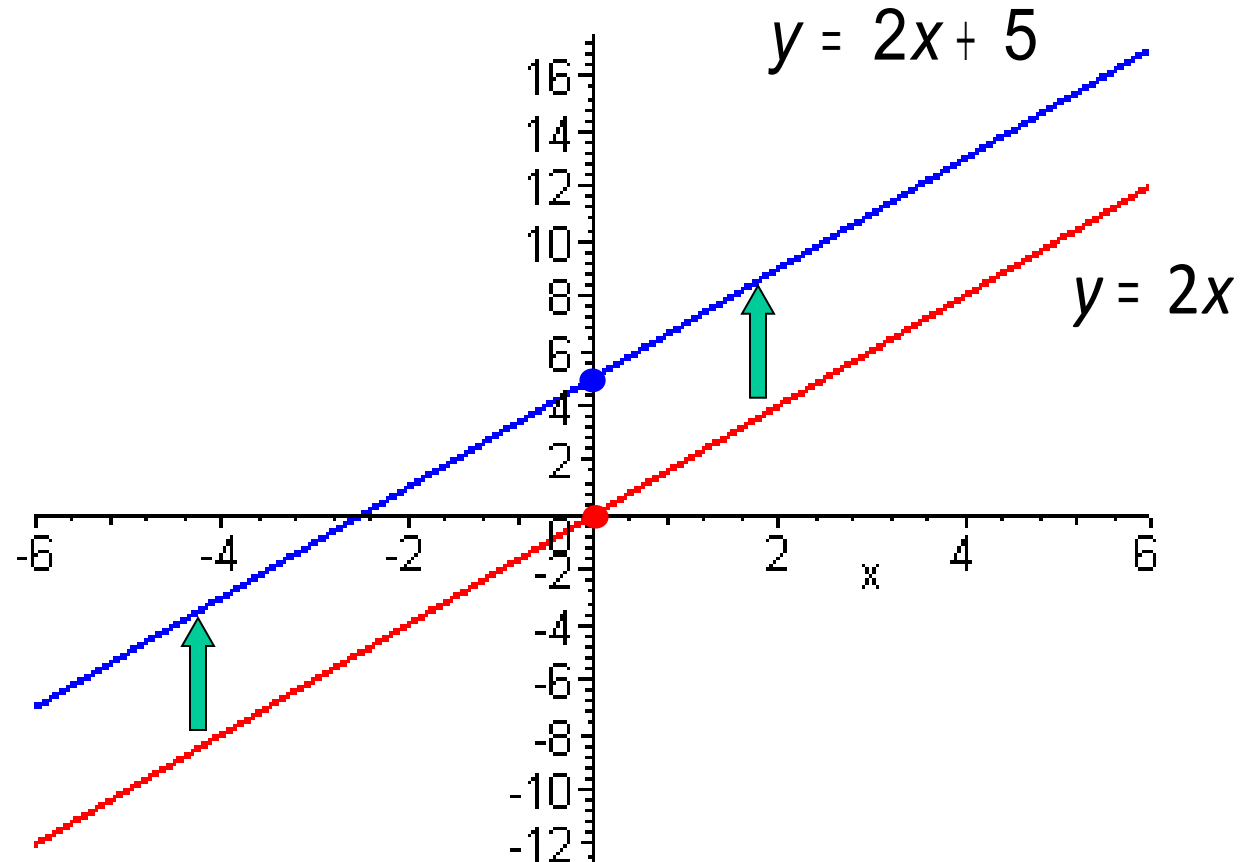
Gráficos em \mathbb{R}^2

$$y = 2x$$

x	y
0	0
2	4

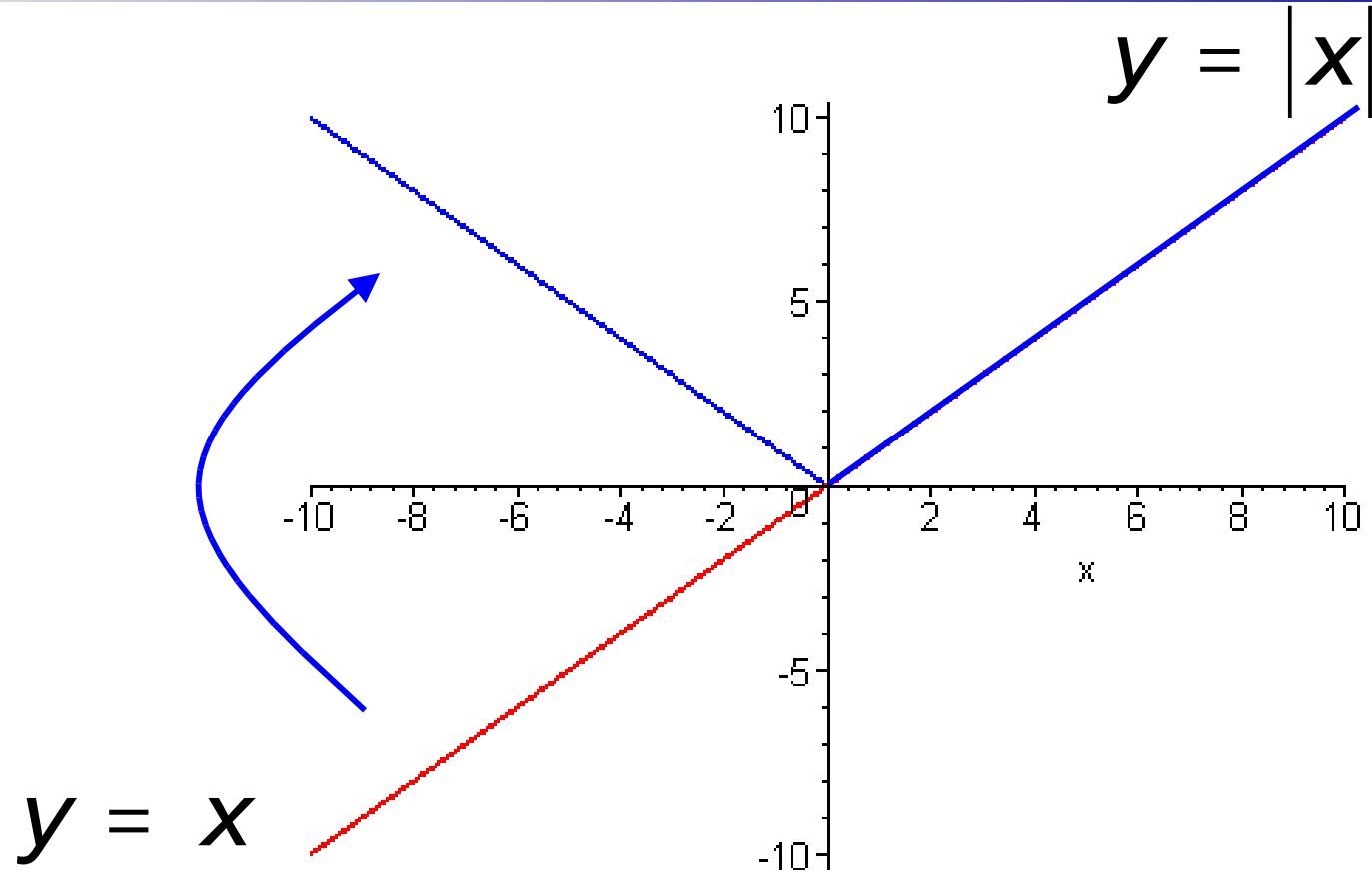
$$y = 2x + 5$$

x	y
0	5
$-5/2$	0



Função Polinomial do 1º Grau

Gráficos em \mathbb{R}^2



Caso LCL Motores Ltda.

- A LCL Motores Ltda. está à procura de um modelo matemático que exprima o valor de suas receitas mensais em função da quantidade de motores vendidos no mês. O departamento de marketing fixou o preço de venda em R\$ 25,00. Como a operação da empresa precisa ser lucrativa, o departamento de produção precisa descobrir qual o custo total máximo que ele pode ter para uma produção de 50 unidades.

Caso LCL Motores Ltda.

Solução

- O custo de produção deve ser menor que o total da receita.
- O preço de venda é constante para qualquer nível de produção.
- Por hipótese, tudo o que é produzido é vendido, isto é, não existem perdas nem estoque.
- A função receita (y) pode então ser descrita como uma reta.

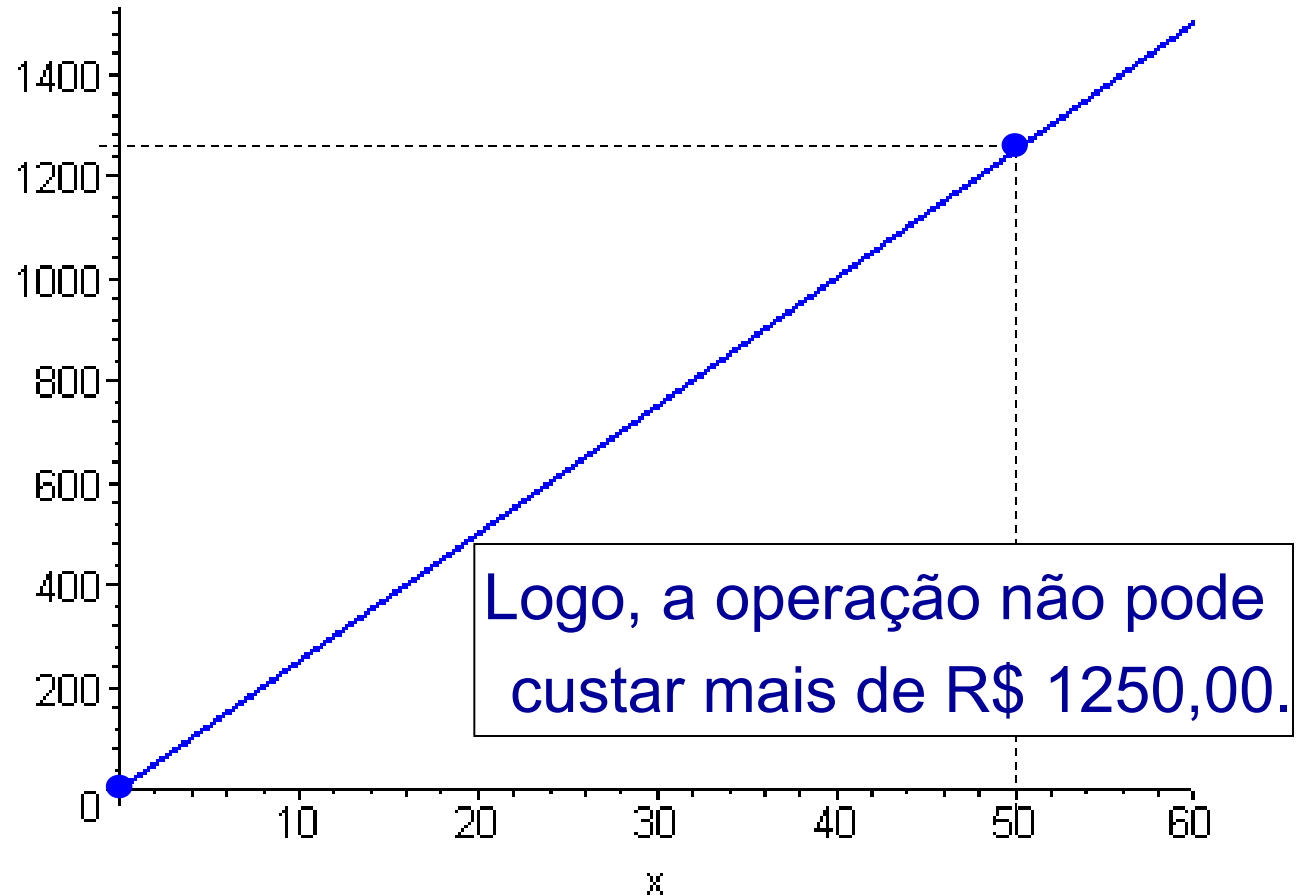
$$y = 25x$$

Caso LCL Motores Ltda.

Solução

$$y = 25x$$

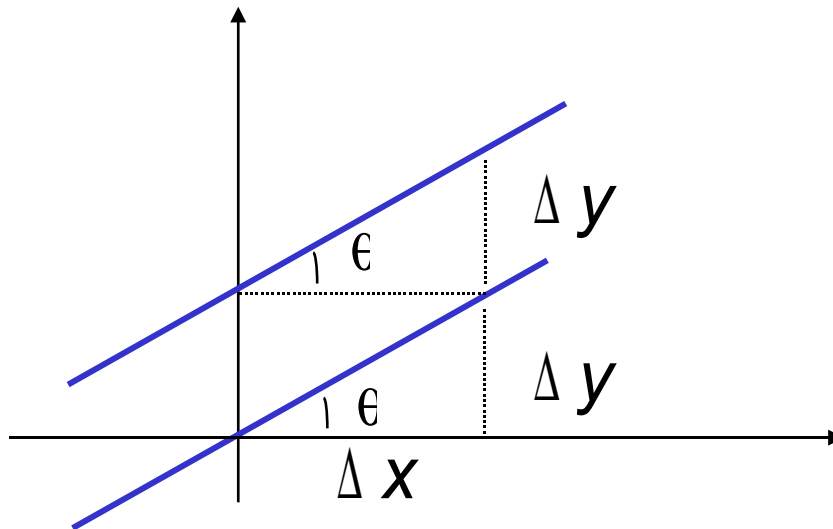
x	y
0	0
50	1250



Função Polinomial do 1º Grau

Retas Paralelas - Teorema

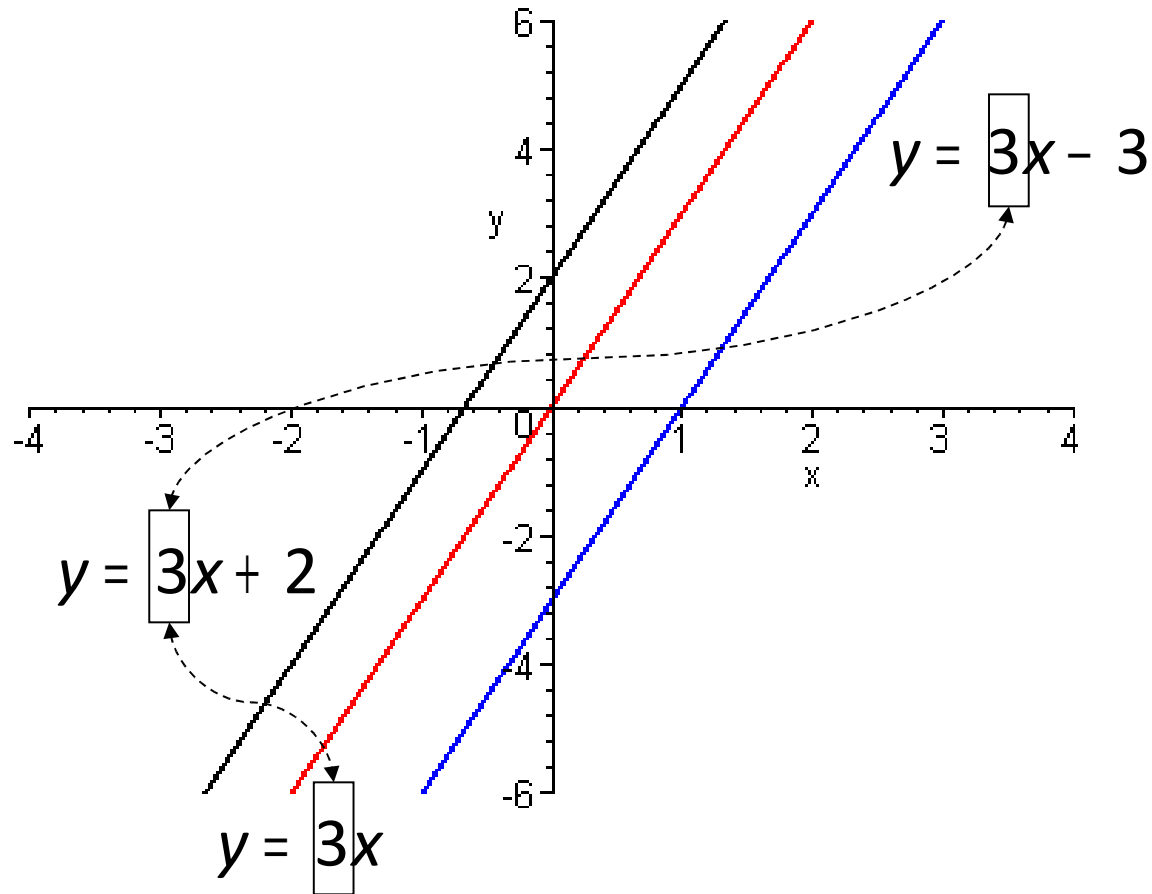
- Duas retas distintas, L_1 e L_2 , não verticais, são paralelas, se e somente se têm o mesmo coeficiente angular.



$$m = \tan\theta = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

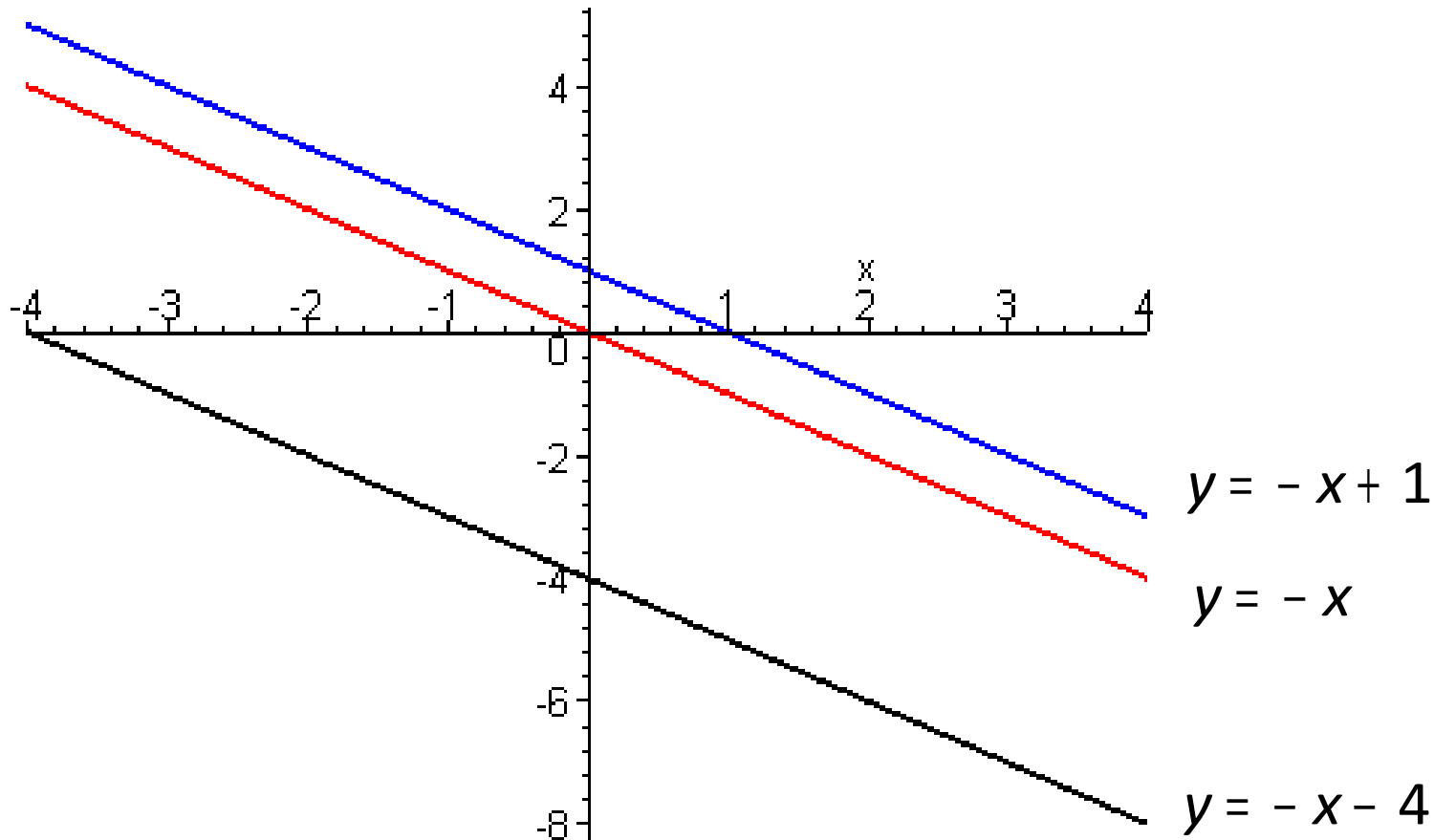
Função Polinomial do 1º Grau

Retas Paralelas



Função Polinomial do 1º Grau

Retas Paralelas



Função Polinomial do 1º Grau

Retas Perpendiculares - Teorema

- Duas retas distintas, L_1 e L_2 , não verticais, são perpendiculares entre si, se e somente se o produto dos seus coeficientes angulares é igual a -1 .

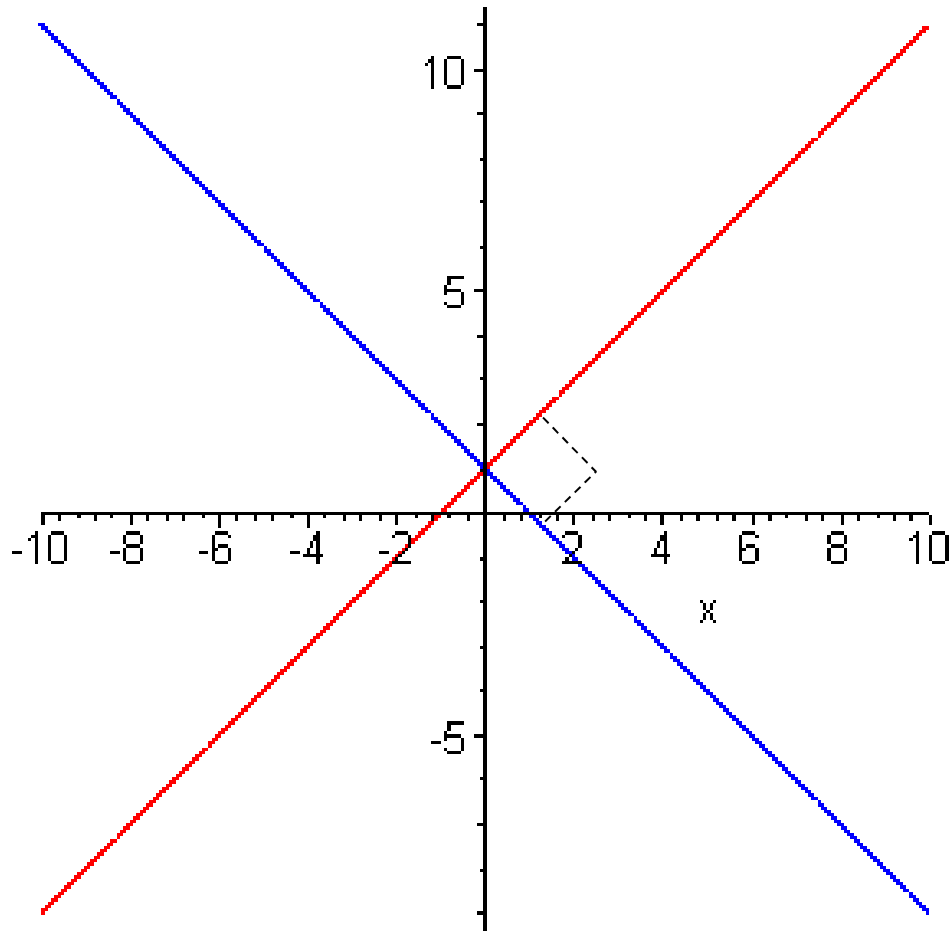
$$m_1 \times m_2 = -1$$

ou

$$m_1 = -\frac{1}{m_2}$$

Função Polinomial do 1º Grau

Retas Perpendiculares



$$y = x + 1$$

$$y = -x + 1$$

Função Polinomial do 1º Grau

Famílias de Retas / Curvas

- Os membros de uma família de retas ou curvas possuem alguma propriedade geométrica comum, tal como a declividade, mas possuem outra característica diferente.
- Exemplos
 - Retas com mesma declividade e diferentes coeficientes lineares.
 - Retas que passam por um ponto em comum e têm declividade diferente.

Função Polinomial do 1º Grau

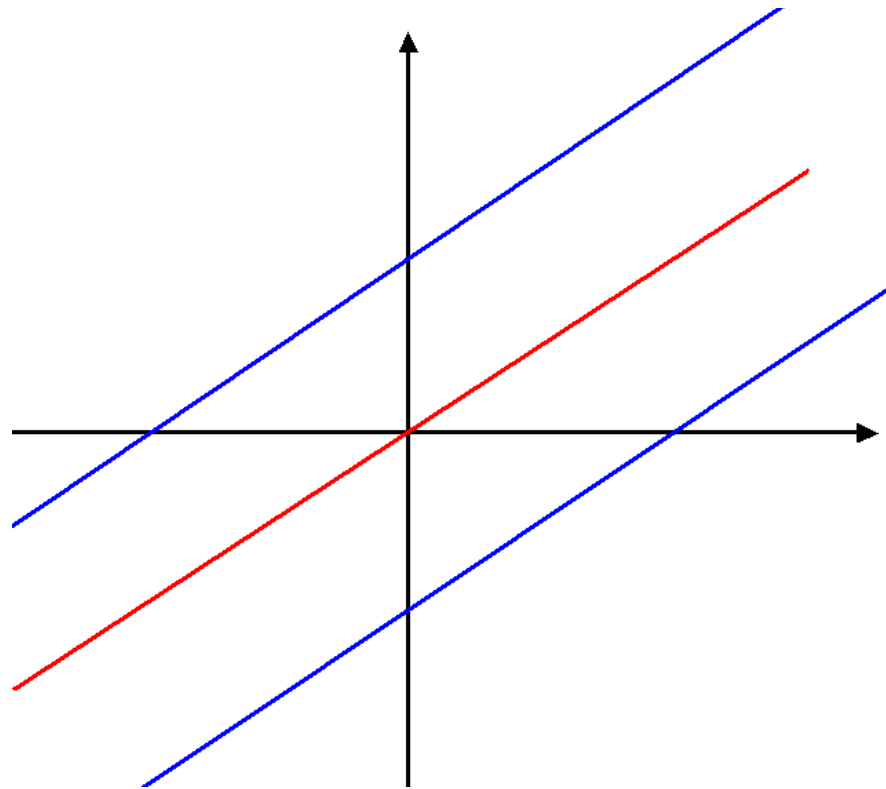
Famílias de Retas / Curvas

- Exemplo de retas com mesma declividade e diferentes coeficientes lineares

$$y = 0,8x + 5$$

$$y = 0,8x$$

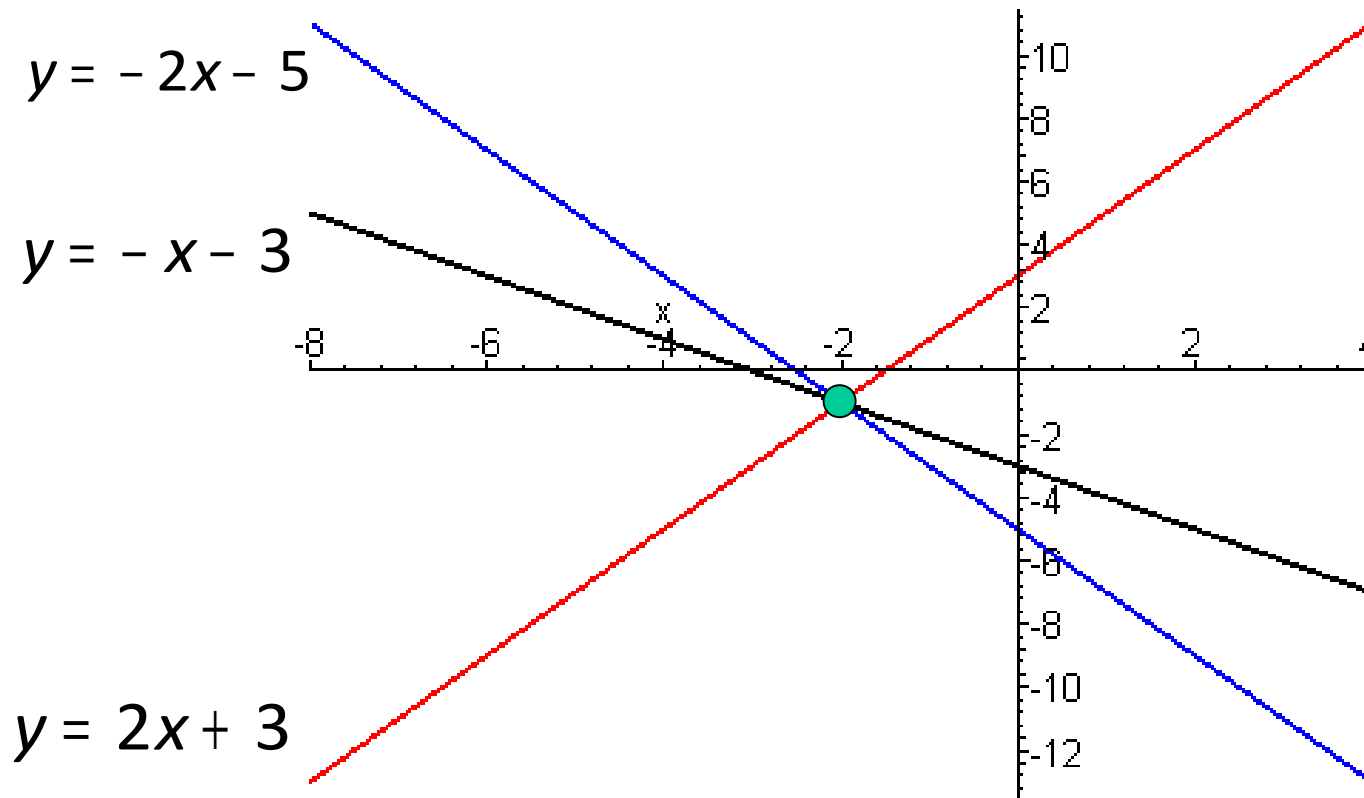
$$y = 0,8x - 5$$



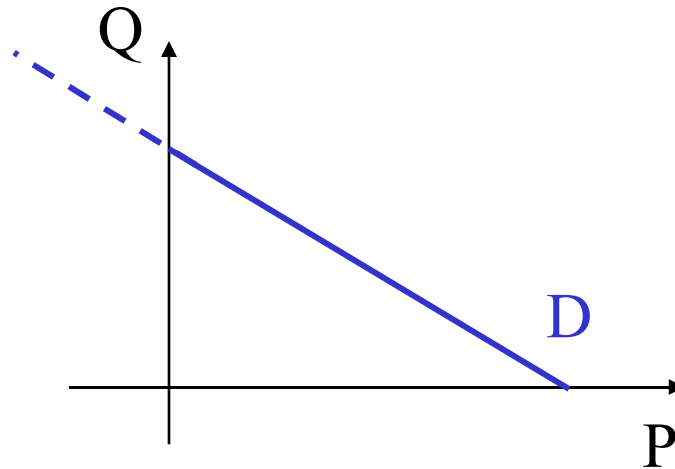
Função Polinomial do 1º Grau

Famílias de Retas / Curvas

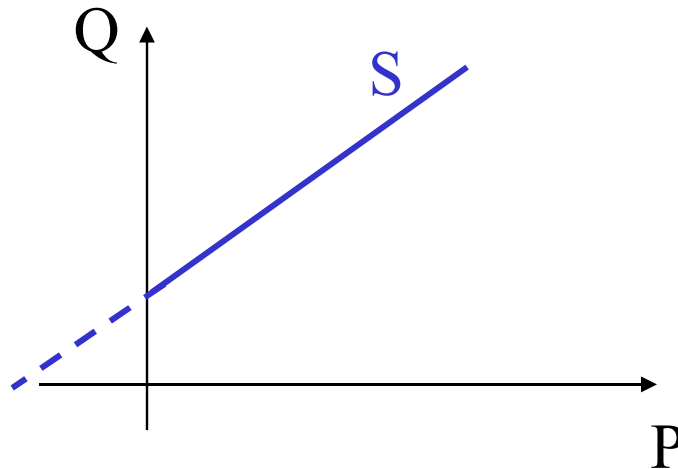
- Exemplo de retas que passam pelo ponto $(-2, -1)$.



- Curva de Demanda
 - Representa a quantidade de um bem ou serviço demandados em função do preço.
 - Geralmente tem declividade negativa.



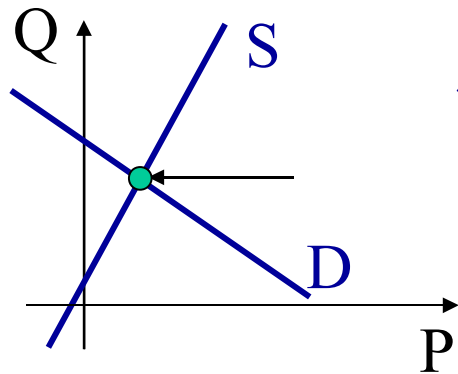
- Curva de Oferta
 - Representa a quantidade de um bem ou serviço oferecidos em função do preço.
 - Geralmente tem declividade positiva.



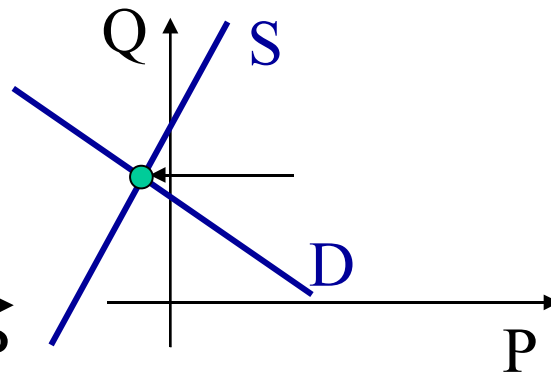
Aplicações Reais

Equilíbrio de Mercado

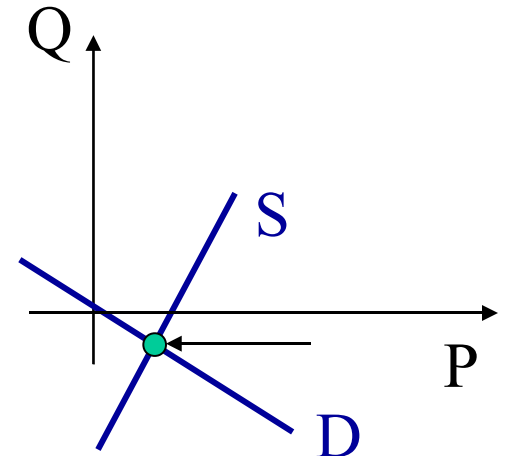
- É o ponto onde as curvas de oferta e demanda se encontram, onde a um dado preço, as quantidades demandadas e oferecidas são idênticas.



Equilíbrio
Significativo

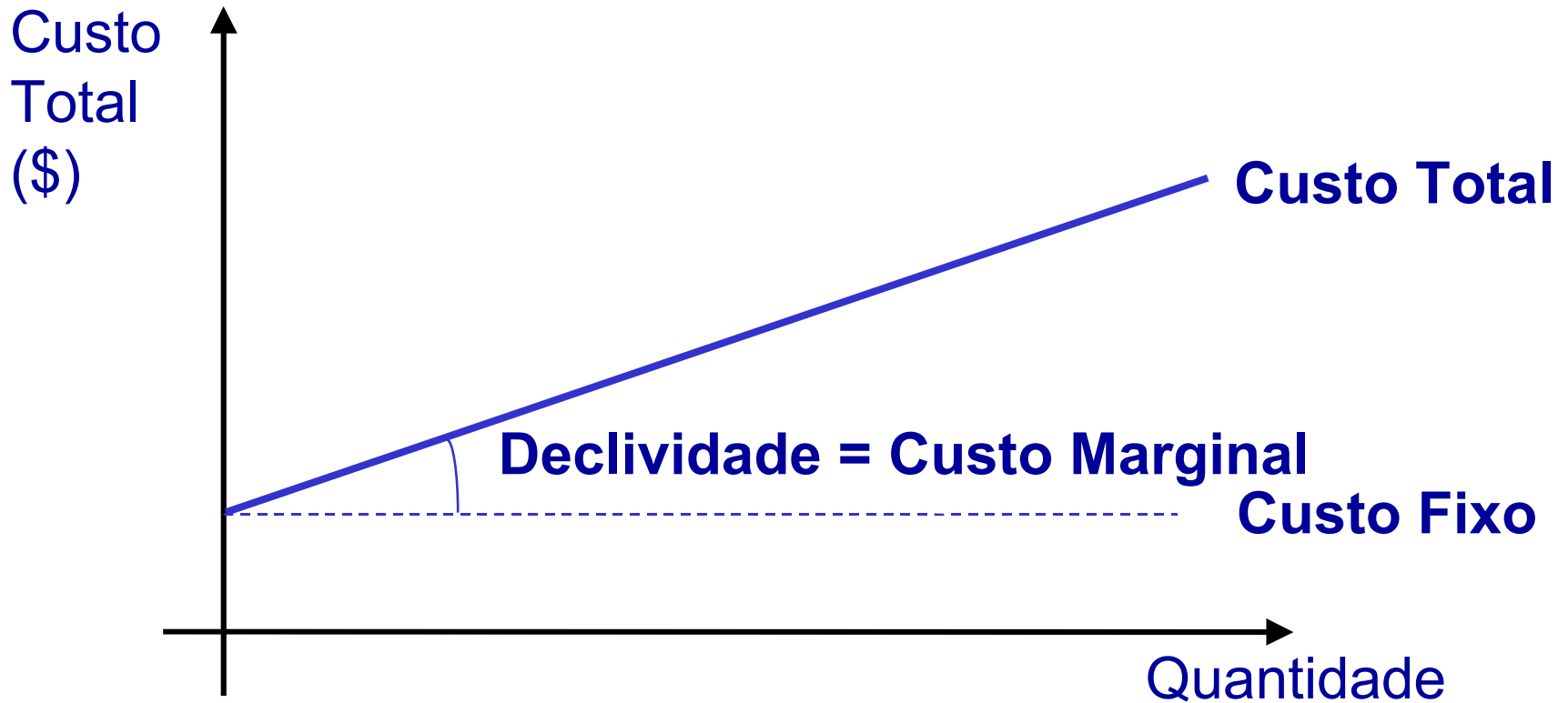


Equilíbrio não significativo



Aplicações Reais

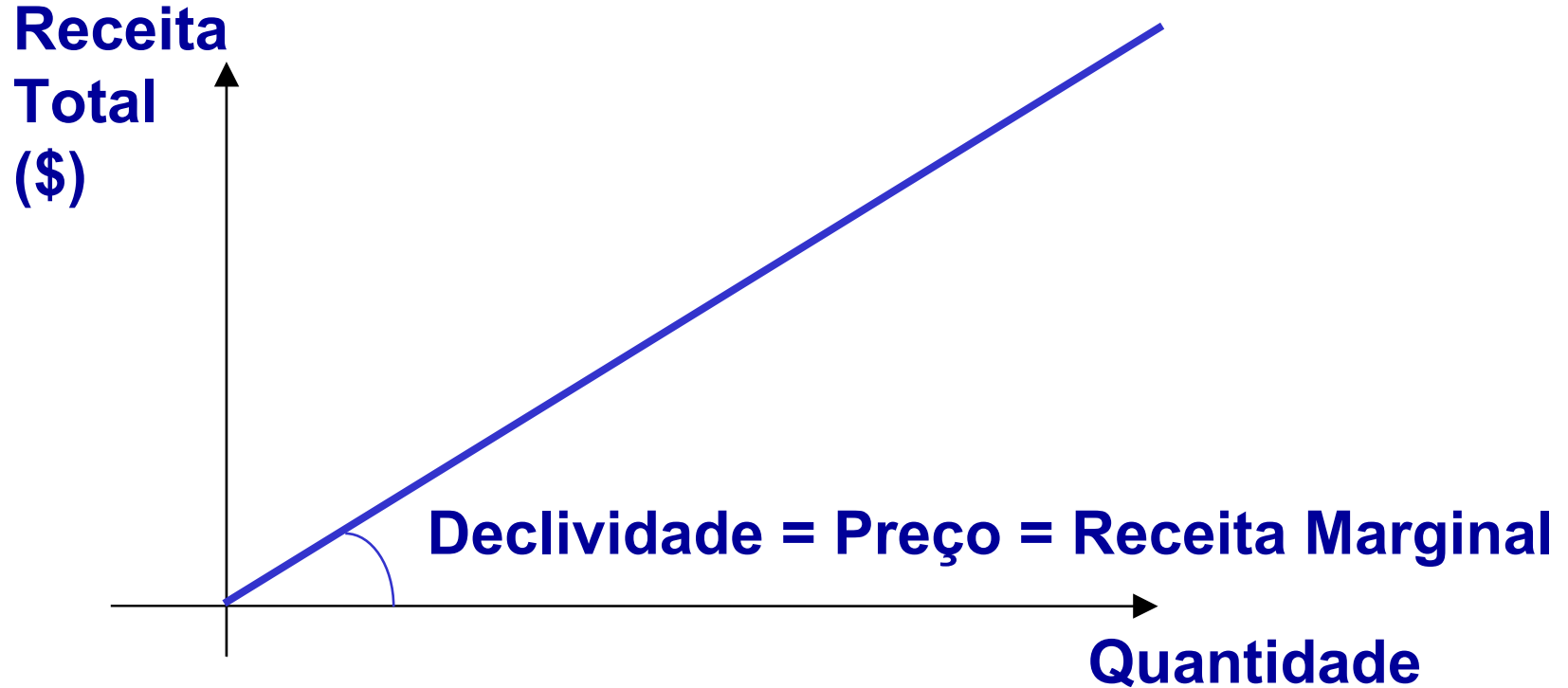
Custo Linear



$$\text{Custo Total} = \text{Custo Fixo} + \text{Custo Marginal} \times \text{Quantidade}$$

Aplicações Reais

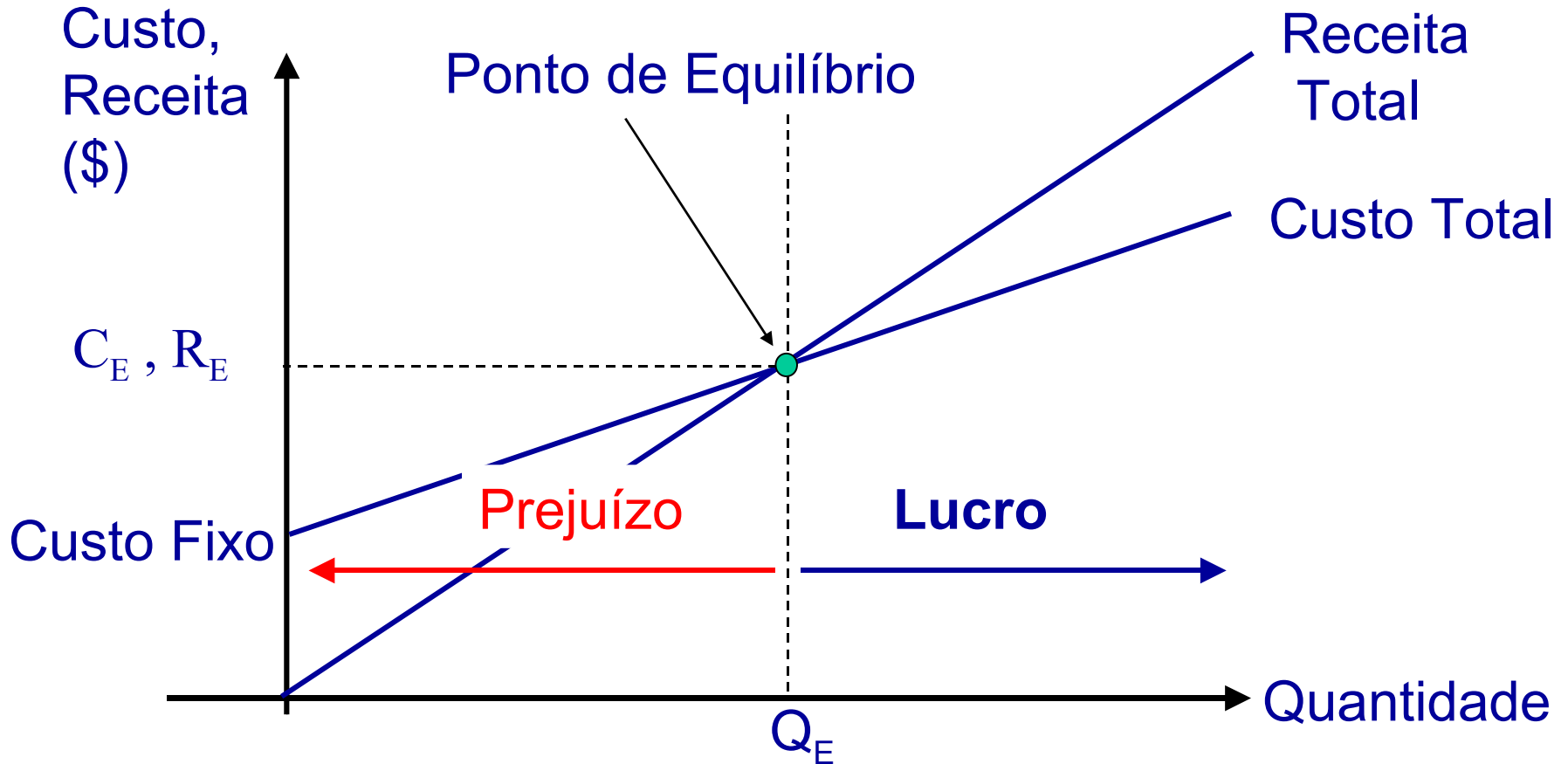
Receita Linear



$$\text{Receita Total} = \text{Receita Marginal} \times \text{Quantidade}$$

Aplicações Reais

Análise do Ponto de Equilíbrio



Caso LCL Tratores Ltda.

- A LCL Tratores Ltda. está estudando a implantação de uma fábrica no Brasil. A decisão da implantação está na dependência da viabilidade econômico-financeira desse empreendimento. O retorno do investimento de R\$ 500.000,00 deve ocorrer em três anos. Para tal, a demanda no período foi estimada em 200 unidades. O preço de venda do trator é de R\$ 50.000,00, e seu custo de fabricação, de R\$ 30.000,00. A fábrica deve ou não ser implementada?

Caso LCL Tratores Ltda.

Modelo

- Considerando as demandas e receitas proporcionais à quantidade vendida e/ou produzida (produção por encomenda), temos os seguintes modelos:

$\text{Custo Total} = \text{Custo Fixo} + \text{Custo Marginal} \times \text{Quantidade}$

$\text{Custo Total} = 500.000 + 30.000 \times \text{Quantidade}$

$\text{Receita Total} = \text{Receita Marginal} \times \text{Quantidade}$

$\text{Receita Total} = 50.000 \times \text{Quantidade}$

Caso LCL Tratores Ltda.

Solução Analítica

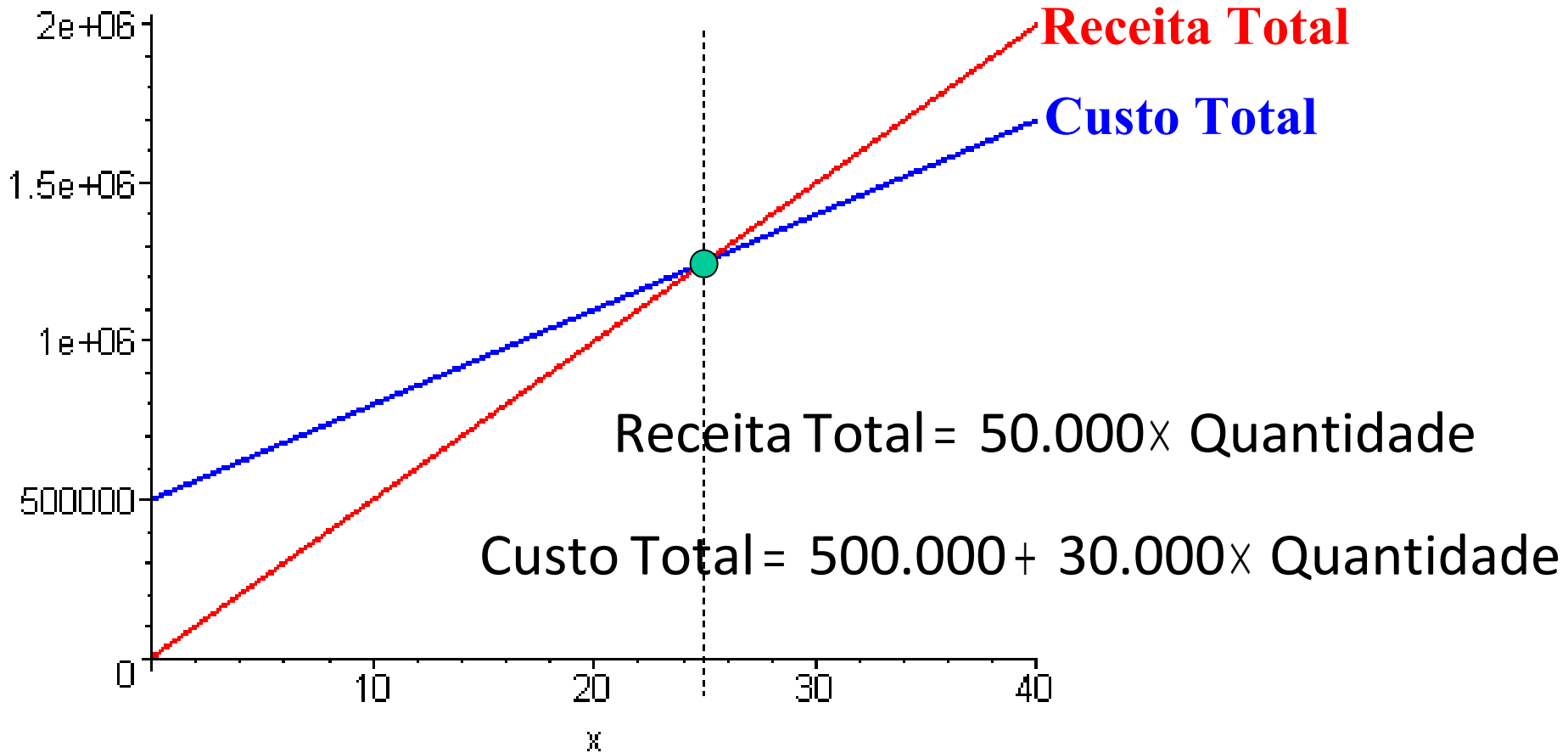
- No ponto de equilíbrio, o custo total é igual à receita total.
- Igualando a Receita Total ao Custo Total, temos apenas uma equação de uma variável.

$$\text{Custo Total} = \text{Receita Total}$$

$$500.000 + 30.000 \times \text{Quantidade} = 50.000 \times \text{Quantidade}$$

- A quantidade de equilíbrio é 25 tratores; portanto, a fábrica deve ser instalada.

Caso LCL Tratores Ltda. Solução Gráfica



Exercícios Propostos

- **Bibliografia Básica**
 - Livro-texto 1
 - Exercícios 26-86, páginas 58-74.
- **Bibliografia Complementar**
 - Livro-texto 2
 - Exercícios 1- 38, páginas 19-20.
 - Exercícios 1- 28, páginas 34-36.

- **Básica**
 - Livro-texto 1
 - Capítulo 3 – Funções, Itens 3.5.1 a 3.5.6, páginas 54-74.
- **Complementar**
 - Livro-texto 2
 - Capítulo 1 – Item 1.2, páginas 10-36.
 - Capítulo 1 – Item 1.4, páginas 27-36.