

Matemática II

E-mails:

damasceno12@hotmail.com

damasceno12@uol.com.br

damasceno1204@yahoo.com.br

Site:

www.damasceno.info

damasceno.info

A regra da potência na forma integral. Integração por substituição

$$u'(x) = \frac{du}{dx} \Leftrightarrow \frac{du}{dx} = u'(x) \Leftrightarrow du = u'(x)dx$$

$$\int f(u(x)) u'(x) dx = \int f(u) du = F(u) + C$$
$$= F(u(x)) + C$$

A regra da potência na forma integral. Integração por substituição

$$u'(x) = \frac{du}{dx} \Leftrightarrow \frac{du}{dx} = u'(x) \Leftrightarrow du = u'(x)dx$$

$$\int u(x)^n u'(x) dx = \int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C = \frac{u(x)^{n+1}}{n+1} + C$$

A regra da potência na forma integral. Integração por substituição

Exemplos:

$$(1) \quad \int \sqrt{1+x^2} \cdot 2x \, dx$$

$$u = 1+x^2 \quad \Rightarrow \quad du = u'(x)dx$$

$$\Rightarrow \quad du = 2x dx$$

$$\int \sqrt{1+x^2} \cdot 2x \, dx = \int \sqrt{u} \, du =$$

A regra da potência na forma integral. Integração por substituição

Exemplos:

(1)

$$= \int u^{\frac{1}{2}} du =$$

$$\frac{u^{3/2}}{3/2} + C = \frac{(1+x^2)^{3/2}}{3/2} + C$$

**A regra da potência na forma integral.
Integração por substituição**

Exemplos:

$$(2) \int \sqrt{4x - 1} \, dx$$

$$(3) \int \sqrt{3 - 2x} \, dx$$

$$(4) \int x^4 \sqrt{1 - x^2} \, dx$$

$$(5) \int 3x \sqrt{1 - 3x^2} \, dx$$

$$(6) \int \frac{3}{(2 - x)^2} \, dx$$

A regra da potência na forma integral. Integração por substituição

Exemplos:

$$(7) \int \cos(7x + 5) \, dx$$

$$(8) \int x^2 \operatorname{sen} x^3 \, dx$$

$$(9) \int \frac{2x}{3\sqrt{x^2 + 1}} \, dx$$

$$(10) \int \frac{2e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \, dx$$

Matemática II - Integração

A Integral $\int \frac{1}{u} du$

A equação $\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$, $u > 0$ **conduz**

a fórmula $\int \frac{1}{u} du = \ln u + C$

pois $\frac{1}{u} \frac{du}{dx} dx = \frac{1}{u} du = d(\ln u)$

Matemática II - Integração

A Integral $\int \frac{1}{u} du$

Se $u < 0$ **então** $\int \frac{1}{u} du =$

$$\int \frac{1}{-u} d(-u) = \ln(-u) + C$$

Portanto $\int \frac{1}{u} du = \ln |u| + C$

Matemática II - Integração

Exemplos:

$$(1) \int \frac{2x}{x^2 - 5} dx$$

$$(2) \int \operatorname{tg} x dx$$

$$(3) \int \frac{x}{x^2 + 4} dx$$

$$(4) \int \frac{\operatorname{sen} x}{2 - \cos x} dx$$

$$(5) \int \operatorname{sen}^5\left(\frac{x}{3}\right) \cos\left(\frac{x}{3}\right) dx$$

$$(6) \int x^{1/2} \operatorname{sen}(x^{3/2} + 1) dx$$

Exercícios:

(1) - Determine uma primitiva para cada uma das funções a seguir:

1) $6x$

2) x^7

3) $x^7 - 6x + 8$

4) $-3x^{-4}$

5) $x^{-4} + 2x + 3$

6) $x^3 - \frac{1}{x^3}$

7) $\sqrt{x^3} + \frac{1}{\sqrt{x^3}}$

8) $\text{sen}(\pi x) - 3\text{sen}(3x)$

Exercícios:

(2) Calcule as integrais nos seguintes exercícios:

$$1) \int 4x - 1 \, dx$$

$$2) \int 3x^2 - \frac{x}{2} \, dx$$

$$3) \int \frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{3} \, dx$$

$$4) \int 4\sqrt{x} - \sqrt[3]{x} \, dx$$

$$5) \int x^2 - 2\cos x \, dx$$

$$6) \int \frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{2}{\sqrt{x}} \, dx$$

Exercícios:

(3) Calcule, usando substituição, as integrais nos seguintes exercícios:

$$1) \int x^2 \operatorname{sen}(x^3) \, dx$$

$$2) \int \frac{2x}{x^2 - 5} \, dx$$

$$3) \int x^3 (x^4 - 1)^2 \, dx$$

$$4) \int \frac{3}{(2 - x)^2} \, dx$$

$$5) \int \frac{2e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \, dx$$

$$6) \int \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} \, dx$$

Exercícios:

(4) Resolver os problemas de valor inicial nos seguintes exercícios:

$$1) \quad \frac{dy}{dx} = 12x(3x^2 - 1)^3, \quad y(1) = 3$$

$$2) \quad \frac{dy}{dx} = 1 + \frac{1}{x}, \quad y(1) = 3$$

$$3) \quad \frac{d^2y}{dx^2} = 1 + x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1$$

Exercícios:

(4) Resolver os problemas de valor inicial nos seguintes exercícios:

$$4) \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = 2e^{-x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

$$5) \quad \frac{d^3 y}{dx^3} = 1, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 1$$

$$6) \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = 1 - e^{2x}, \quad y(1) = -1, \quad y'(1) = 0$$

Exercícios:

(5) Calcule as integrais nos seguintes exercícios:

$$1) \int x^2 (4x^2 - 1) dx$$

$$2) \int \sqrt{x^2 + x^4} dx$$

$$3) \int e^{-5x} dx$$

$$4) \int \frac{e^x}{1 + e^x} dx$$