Matemática II

Prof. Luiz Gonzaga

Damasceno

www.damasceno.info

Matemática II

E-mails:

damasceno12@hotmail.com
damasceno12@uol.com.br
damasceno1204@yahoo.com.br

Site:

www.damasceno.info
damasceno.info

Você é Aquilo que Você Pensa

Um homem é literalmente aquilo que ele pensa, sendo seu caráter a soma completa de todos os seus pensamentos.

Assim como a planta brota, e não poderia existir sem a semente, da mesma forma cada ato de um homem brota das sementes ocultas do pensamento, e não poderia ter aparecido sem elas.

O ato é o florescer do pensamento, e alegria e sofrimento são seus frutos; deste modo um homem colhe o fruto doce ou amargo de sua própria seara.

James Allen e Ricardo S. Marques

1.7 - Descontinuidades.

Descontinuidade Infinita

Uma função tem descontinuidade infinita em x = a, se f(x) tende para infinito (positivo ou negativo) nesse ponto.

Exemplo 28: A função $f(x) = \dfrac{1}{x},\ x \neq 0$ tem

descontinuidade infinita no ponto x = 0 pois

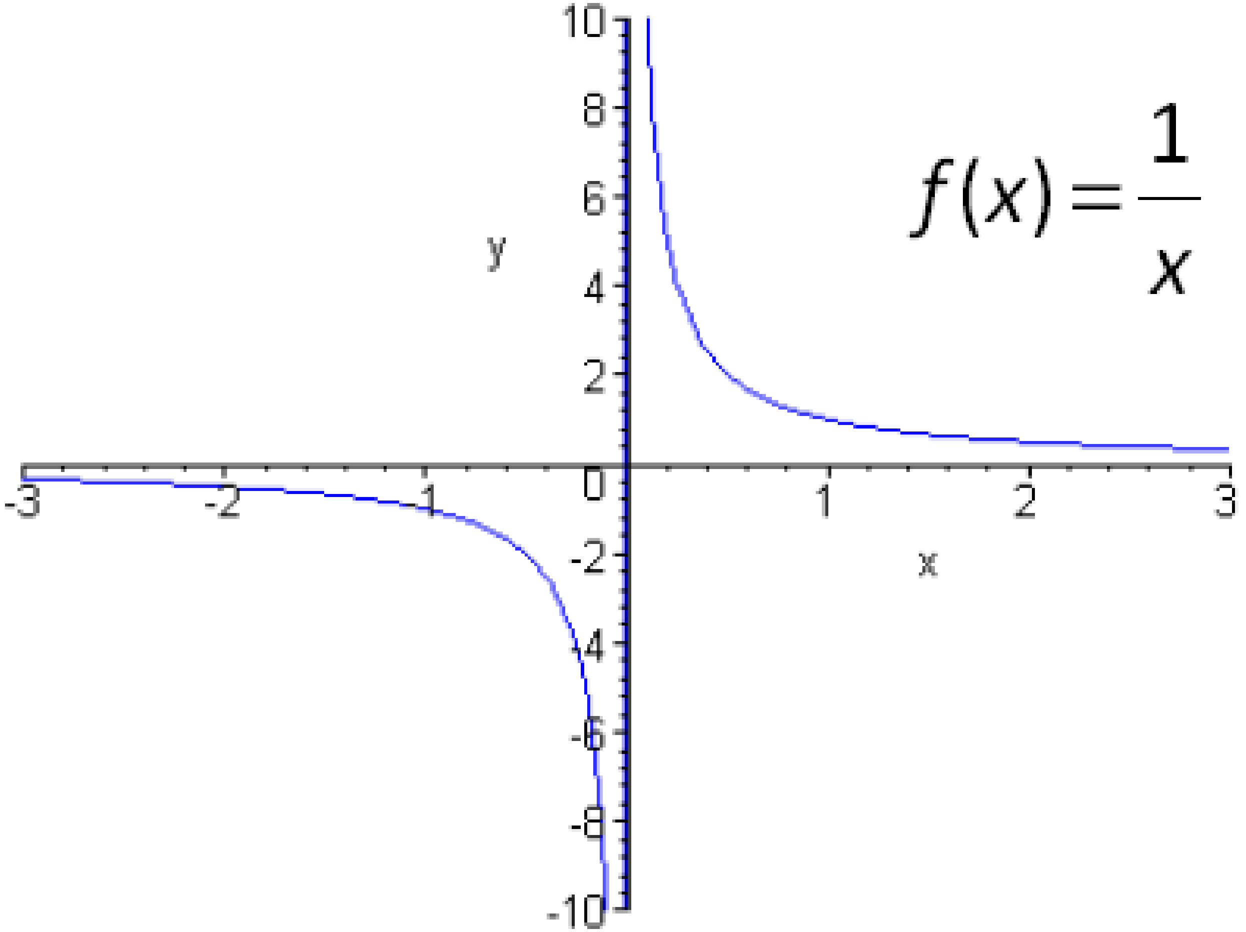
1.7 - Descontinuidades.

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \qquad \lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$

Neste caso, o salto é igual a

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} - \lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = +\infty - (-\infty) = +\infty + \infty = +\infty$$

1.7 - Descontinuidades.



$$f(x) = \frac{1}{x}$$

1.7 - Descontinuidades.

Descontinuidade de Salto

Uma função tem descontinuidade de salto em $x = a$, quando $f(x)$ varia abruptamente neste ponto ($x = a$).

Exemplo 29: A função $f(x) = \frac{|x|}{x}, \ x \neq 0$ tem

descontinuidade de salto no ponto $x = 0$ pois

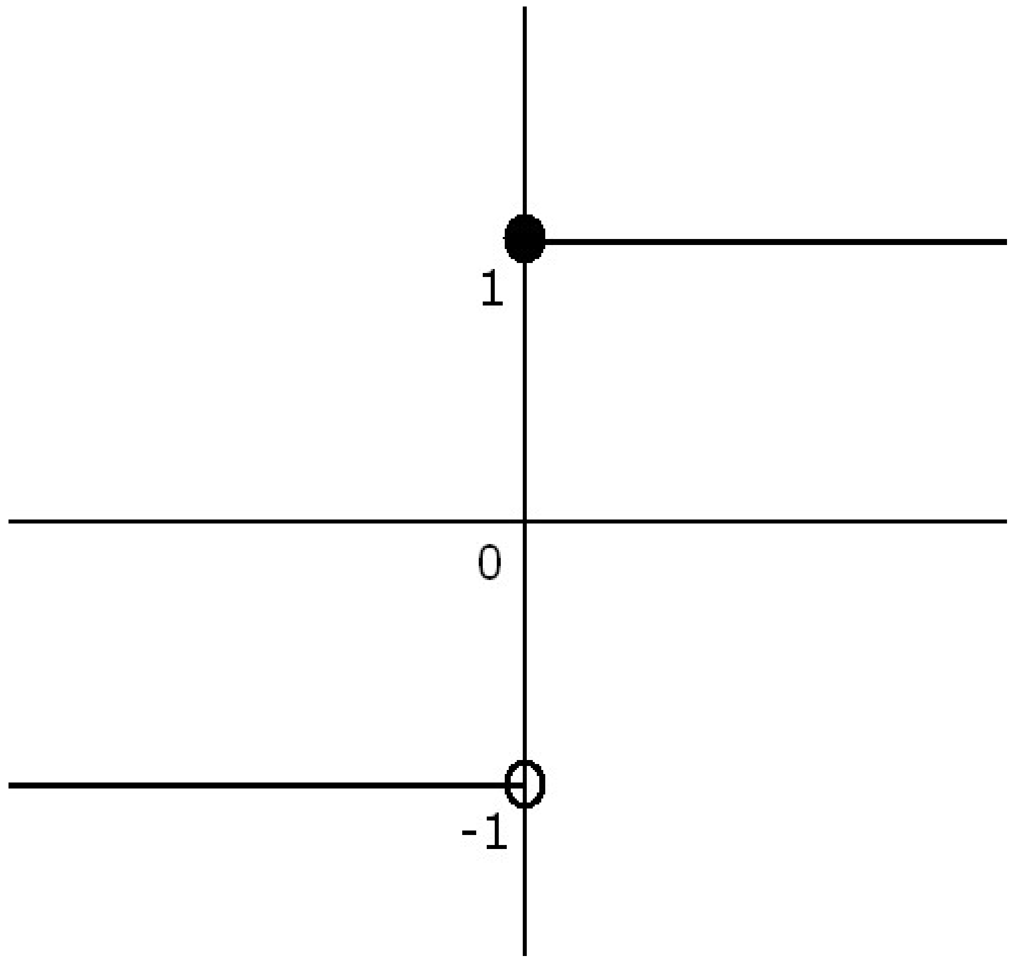
1.7 - Descontinuidades.

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{|x|}{x} = 1 \qquad \lim_{x \to 0^-} \frac{|x|}{x} = -1$$

Neste caso, o salto é igual a

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{|x|}{x} - \lim_{x \to 0^-} \frac{|x|}{x} = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

1.7 - Descontinuidades.



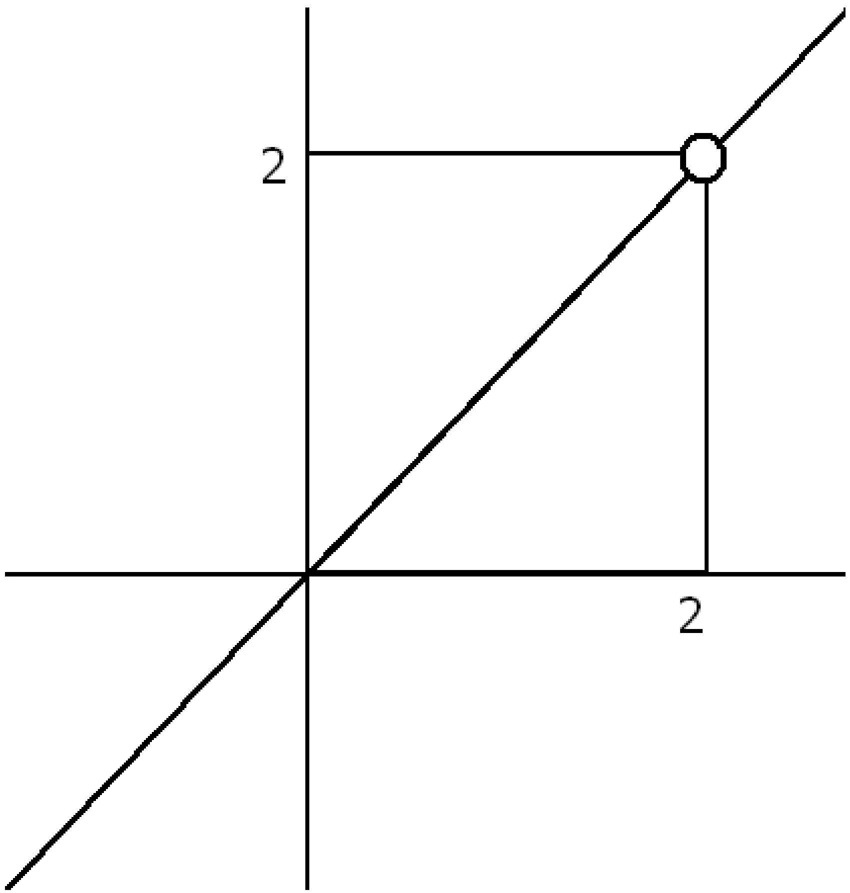
1.7 - Descontinuidades.

Descontinuidade Removível

Quando existe $\lim_{x \to a} f(x)$, mas $f(x)$ não está definida em *a*.

Exemplo 30: A função $f(x) = x,\ x \neq 2$ tem descontinuidade removível no ponto $x = 2$ pois $\lim_{x \to 2} x = 2$ e $f(x)$ não está definida no ponto $x = 2$.

1.7 - Descontinuidades.



1.7 - Descontinuidades.

Exercícios

Determine os tipos de descontinuidades das seguintes funções:

(1) $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \leq 3 \\ 2x+10, & x > 3 \end{cases}$

(3) $f(x) = \dfrac{4x^2 - 9}{2x+3}, \quad x \neq -3/2$

(2) $f(x) = \dfrac{x^2 + 5x + 6}{x+3}, \quad x \neq -3$

(4) $f(x) = \dfrac{3x - 1}{9x^2 - 1}, \quad x \neq -1/3$

1.8 - Propriedades.

Se f e g são funções contínuas em $x = a$, então:

$f + g$ é contínua em $x = a$;

$f - g$ é contínua em $x = a$;

$f \times g$ é contínua em $x = a$;

f / g é contínua em $x = a$, desde que $g(a) \neq 0$.

Você é Aquilo que Você Pensa

O homem é feito ou desfeito por si mesmo; no arsenal do pensamento ele forja as armas com as quais destrói a si próprio. Ele também cria as ferramentas com as quais constrói para si mansões celestes de alegria, força e paz.

A mente de um homem pode ser comparada a um jardim, que pode ser inteligentemente cultivado ou deixado crescer abandonado; mas se cultivado ou negligenciado, ele deve, e irá, *produzir*. Se sementes úteis não forem *colocadas* dentro dele, então uma abundância de sementes inúteis de ervas daninhas irão *cair* alí dentro, e continuarão a produzir sua espécie.

James Allen e Ricardo S. Marques

1.9 - Continuidade em um intervalo

- Uma função é contínua em um intervalo aberto se, e somente se, ela for contínua para todo número do intervalo aberto.
- Em um intervalo fechado ou semi-aberto, devemos estender o conceito de continuidade para incluir os extremos, definindo:
  - Continuidade à direita
  - Continuidade à esquerda

1.9 - Continuidade em um intervalo

Continuidade à direita

Uma função f é contínua à direita de $x = a$, se e somente se:

(1) existe $f(a)$

(2) existe $\lim_{x \to a^+} f(x)$

(3) $\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$

1.9 - Continuidade em um intervalo

Continuidade à esquerda

Uma função f é contínua à esquerda de $x = a$, se e somente se:

(1) existe $f(a)$

(2) existe $\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$

(3) $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = f(a)$

1.9 - Continuidade em um intervalo

Uma função é contínua em $[a,b]$ se e somente se:

– for contínua no intervalo aberto (a,b)

– for contínua à direita em a

– for contínua à esquerda em b

1.9 - Continuidade em um intervalo

Exemplo 31: A função $f(x) = x^2$ é contínua no intervalo $[0,\ 2]$ pois

- é contínua no intervalo $(0,\ 2)$;

- é continua a direita em 0, pois

  (1) $f(0) = 0$

  (2) $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} x^2 = 0$

  (3) $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = f(0)$

1.9 - Continuidade em um intervalo

– é continua a esquerda em 2, pois

(1) $f(2) = 2^2 = 4$

(2) $\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} x^2 = 2^2 = 4$

(3) $\lim_{x \to 2^-} f(x) = f(2)$

1.10 - Assíntota Horizontal

Dizemos que a reta $y = b$ (b constante) é uma assíntota horizontal do gráfico de uma função f, se pelo menos uma das afirmações for verdadeira:

$$(1)\quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = b$$

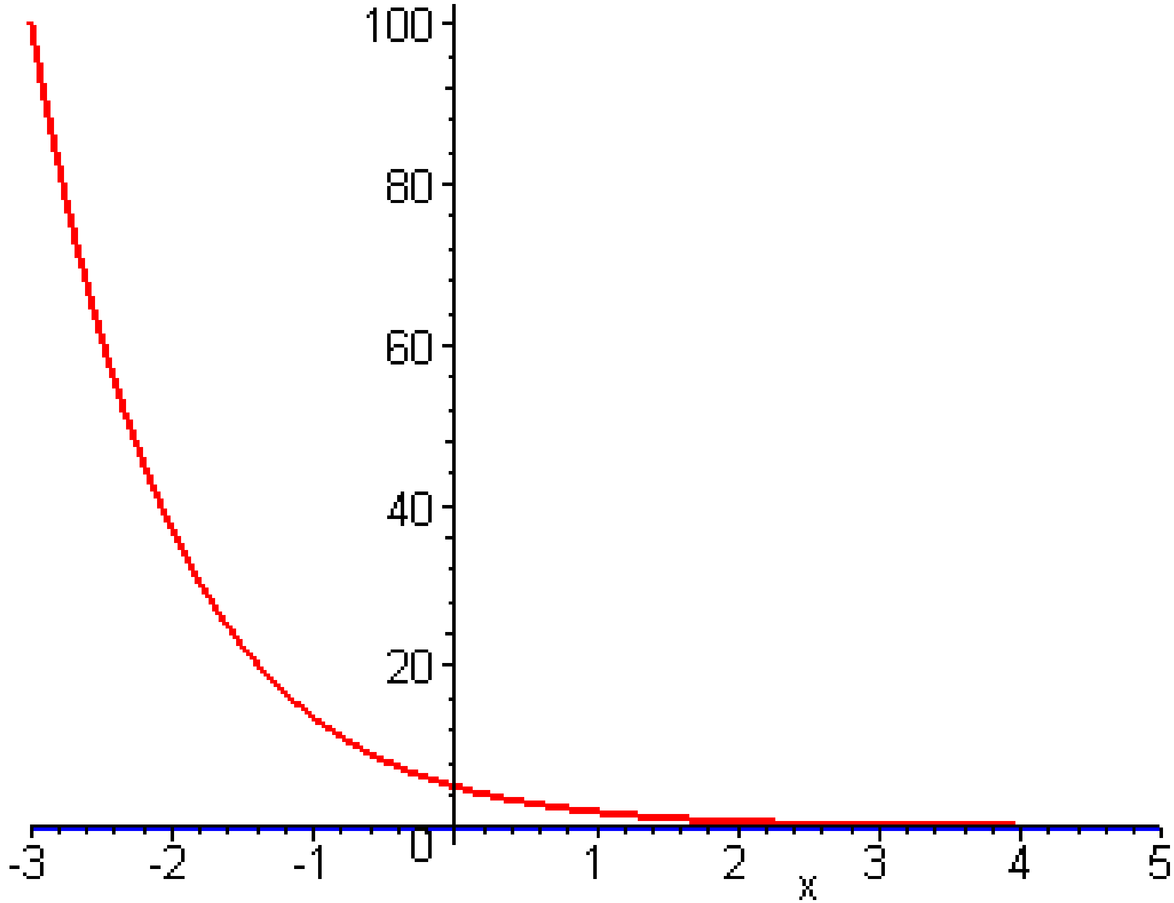
$$(2)\quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = b$$

1.10 - Assíntota Horizontal

Exemplo 32: A função $f(x)=e^{-x}$ tem assíntota horizontal dada pela função $f(x)=0$, pois

$$\lim_{x \to +\infty} e^{-x} = 0.$$

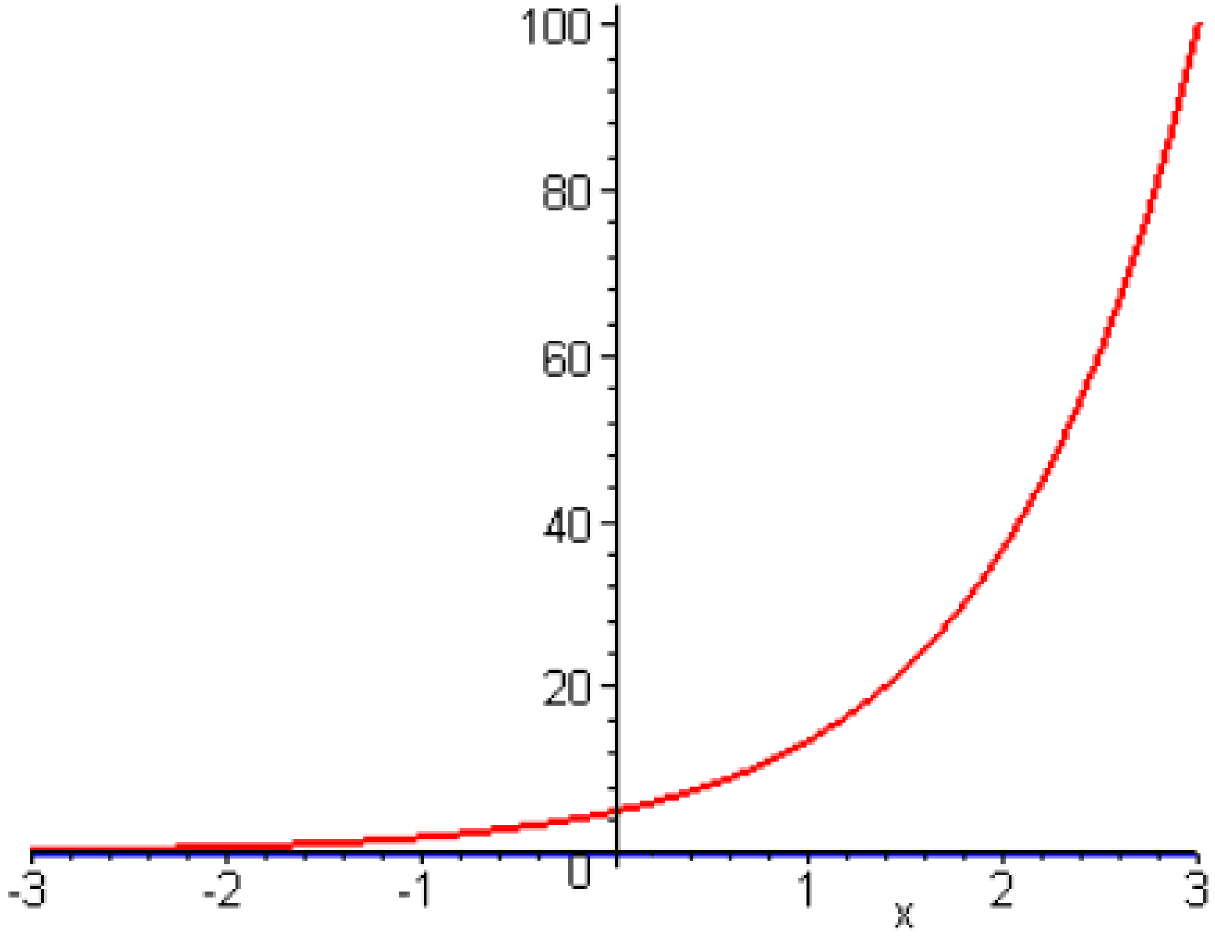
1.10 - Assíntota Horizontal



1.10 - Assíntota Horizontal

Exemplo 33: A função $f(x)=e^x$ tem assíntota horizontal dada pela função $f(x)=0$, pois $\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$.

1.10 - Assíntota Horizontal



1.10 - Assíntota Horizontal

Dizemos que a reta $x = a$ (a constante) é uma assíntota vertical do gráfico de uma função f, se pelo menos uma das afirmações for verdadeira:

(1) $\lim_{x \to a^+} f(x) = +\infty$ (2) $\lim_{x \to a^+} f(x) = -\infty$

(3) $\lim_{x \to a^-} f(x) = +\infty$ (4) $\lim_{x \to a^-} f(x) = -\infty$

1.10 - Assíntota Horizontal

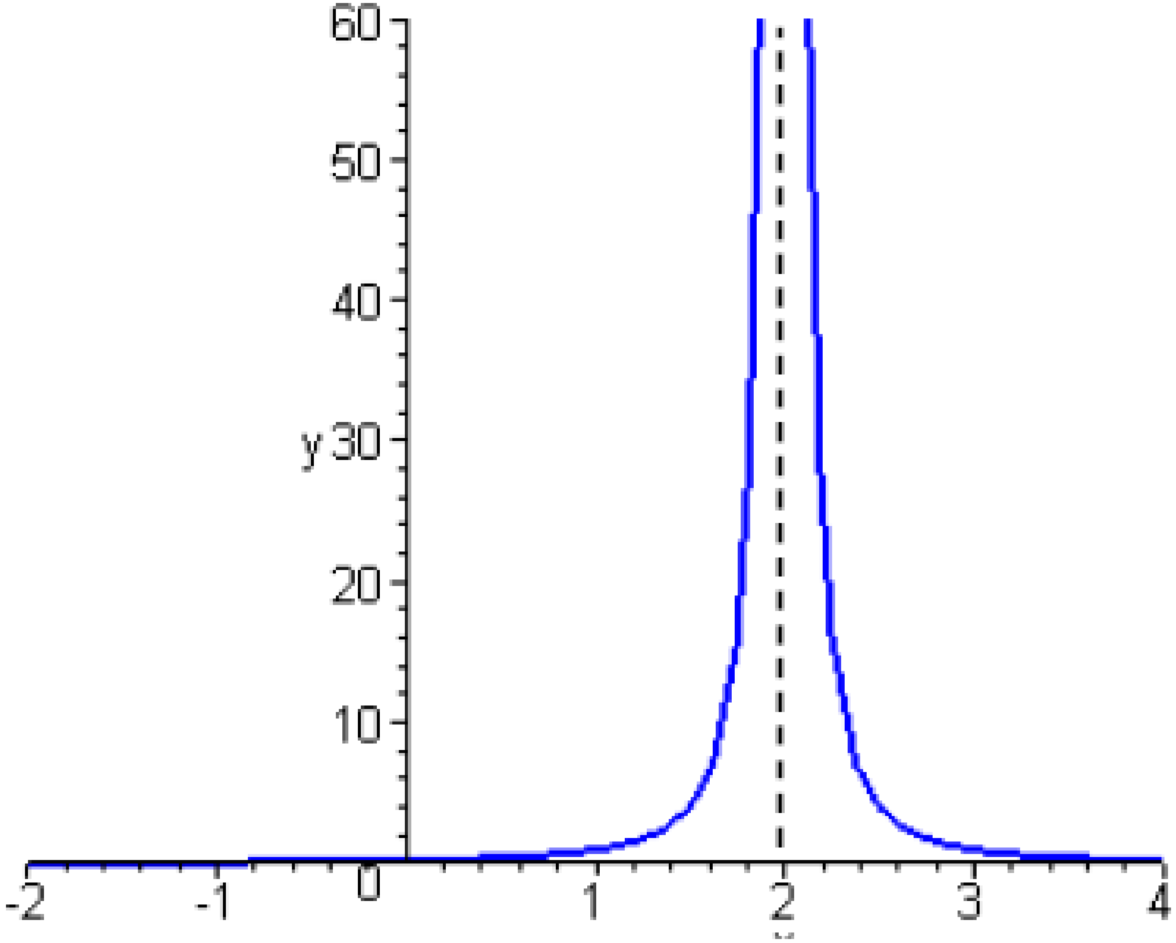
Exemplo 34: A função $f(x)=\dfrac{1}{(x-2)^2}$ tem assíntotas verticais em $x = 2$, pois a função não existe no ponto

$x = 2$ e

$$(1)\quad \lim_{x \to 2^-} \frac{1}{(x-2)^2} = \frac{1}{0^-} = +\infty$$

$$(2)\quad \lim_{x \to 2^+} \frac{1}{(x-2)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

1.10 - Assíntota Horizontal



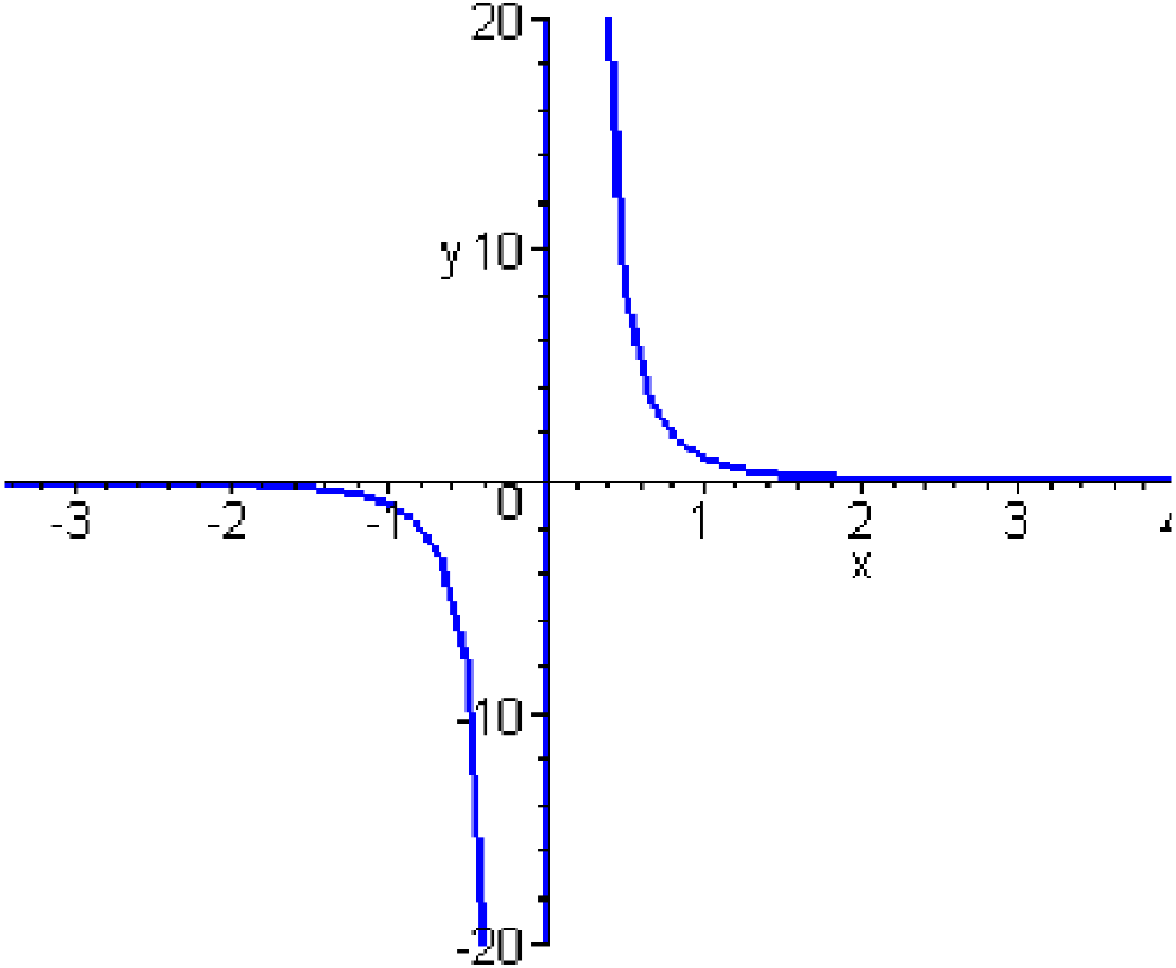
1.10 - Assíntota Horizontal

Exemplo 35: A função $f(x) = \dfrac{1}{x^3}$ tem assíntotas verticais em $x = 0$, pois a função não existe no ponto $x = 0$ e

$$(1) \quad \lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x^3} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$(2) \quad \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x^3} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

1.10 - Assíntota Horizontal



1.10 - Assíntota Horizontal

Exemplo 36: Determine para quais valores de x a função $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ é descontínua, classificando o tipo de descontinuidade, esboçando seu gráfico e possíveis assíntotas.

Determinação dos pontos de descontinuidade:

$x-1=0 \Rightarrow x=1$, logo a função tem descontinuidade em $x=1$.

1.10 - Assíntota Horizontal

Determinação das assíntotas verticais e dos tipos de descontinuidade:

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

A reta $x = 1$ é uma assíntota vertical.

Matemática II - 1. Limites

A função tem descontinuidade infinita em $x = 1$

($\text{salto} = +\infty - (-\infty) = \infty$) .

Determinação das assíntotas horizontais e dos

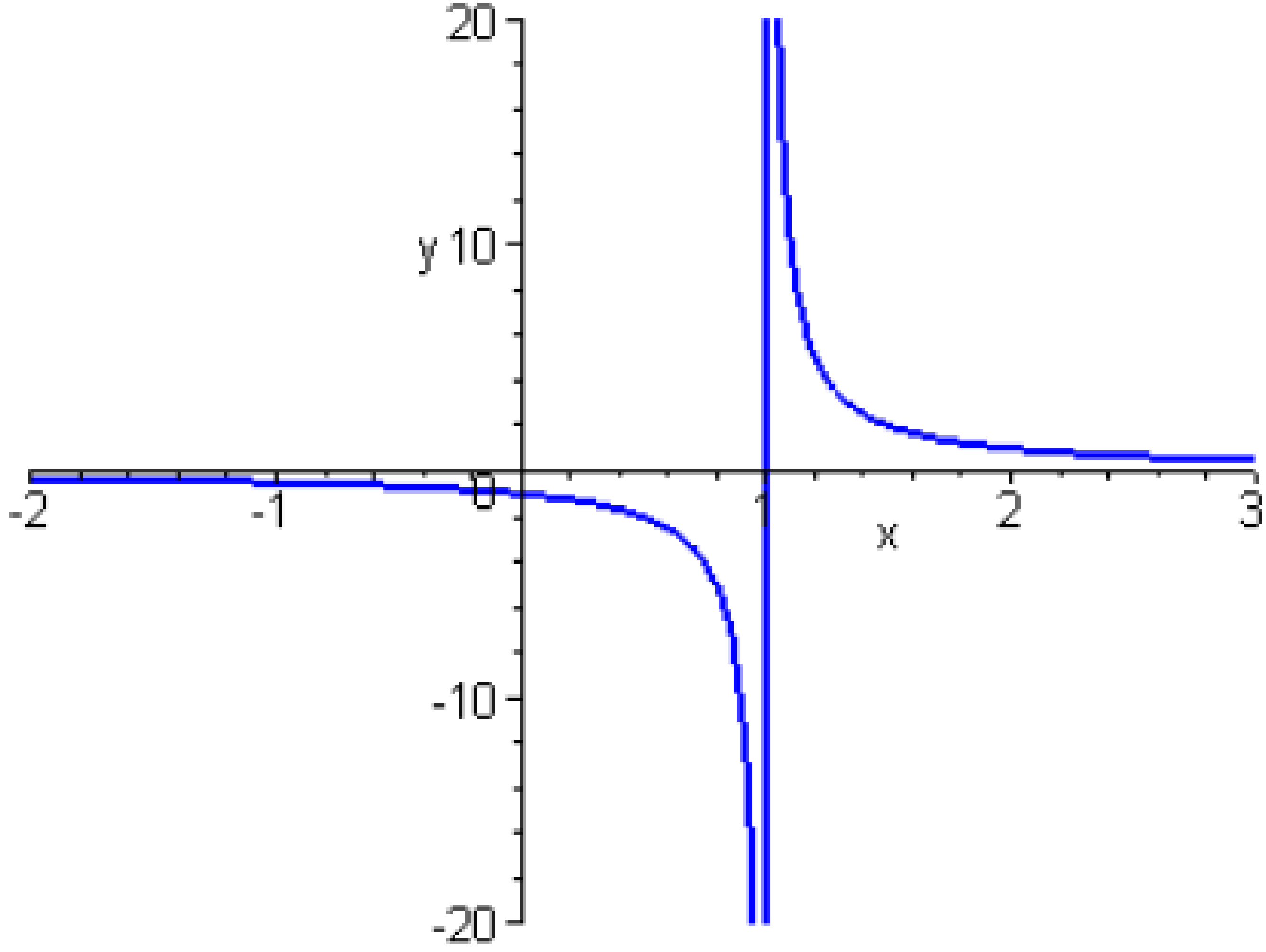
tipos de descontinuidade:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{-\infty} = 0$$

A reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal.

Matemática II - 1. Limites



Você é Aquilo que Você Pensa

Assim como um jardineiro cultiva seu canteiro, mantendo-o livre de ervas daninhas, e plantando as flores e frutos que ele requer, igualmente pode um homem cultivar o jardim de sua mente, arrancando e jogando fora todos os pensamentos errados, inúteis, e impuros, e cultivando com perfeição as flores e frutos de pensamentos retos, úteis, e puros.

Através deste processo, mais cedo ou mais tarde, um homem descobre que ele é o jardineiro-mestre de sua alma, o dirigente de sua vida. Ele também revela, dentro de si, as leis do pensamento, e entende com crescente exatidão, como as forças do pensamento e elementos da mente operam na moldagem do seu caráter, circunstâncias, e destino.

James Allen e Ricardo S. Marques

Exemplo 37: Determine para quais valores de x a função $f(x)=\dfrac{x^2+5x+6}{x+3}$ é descontínua, classificando o tipo de descontinuidade, esboçando seu gráfico e possíveis assíntotas.

Determinação dos pontos de descontinuidade:

$x+3=0 \Rightarrow x=-3$, logo a função tem descontinuidade em $x=-3$.

Determinação das assíntotas verticais e dos tipos de descontinuidade:

$$\lim_{x \to -3^+} \frac{x^2+5x+6}{x+3} = \lim_{x \to -3^+} (x+2) = -3+2 = -1$$

$$\lim_{x \to -3^-} \frac{x^2+5x+6}{x+3} = \lim_{x \to -3^-} (x+2) = -3+2 = -1$$

Neste caso, a função tem descontinuidade removível em $x=-3$, pois $\lim_{x \to -3} f(x)$ existe. Logo, não existe assíntota vertical em $x=-3$.

Acabaríamos com a descontinuidade redefinindo a função em $x = -3$ como −1, isto é, $f(-3) = -1$.

Determinação das assíntotas horizontais e dos tipos de descontinuidade:

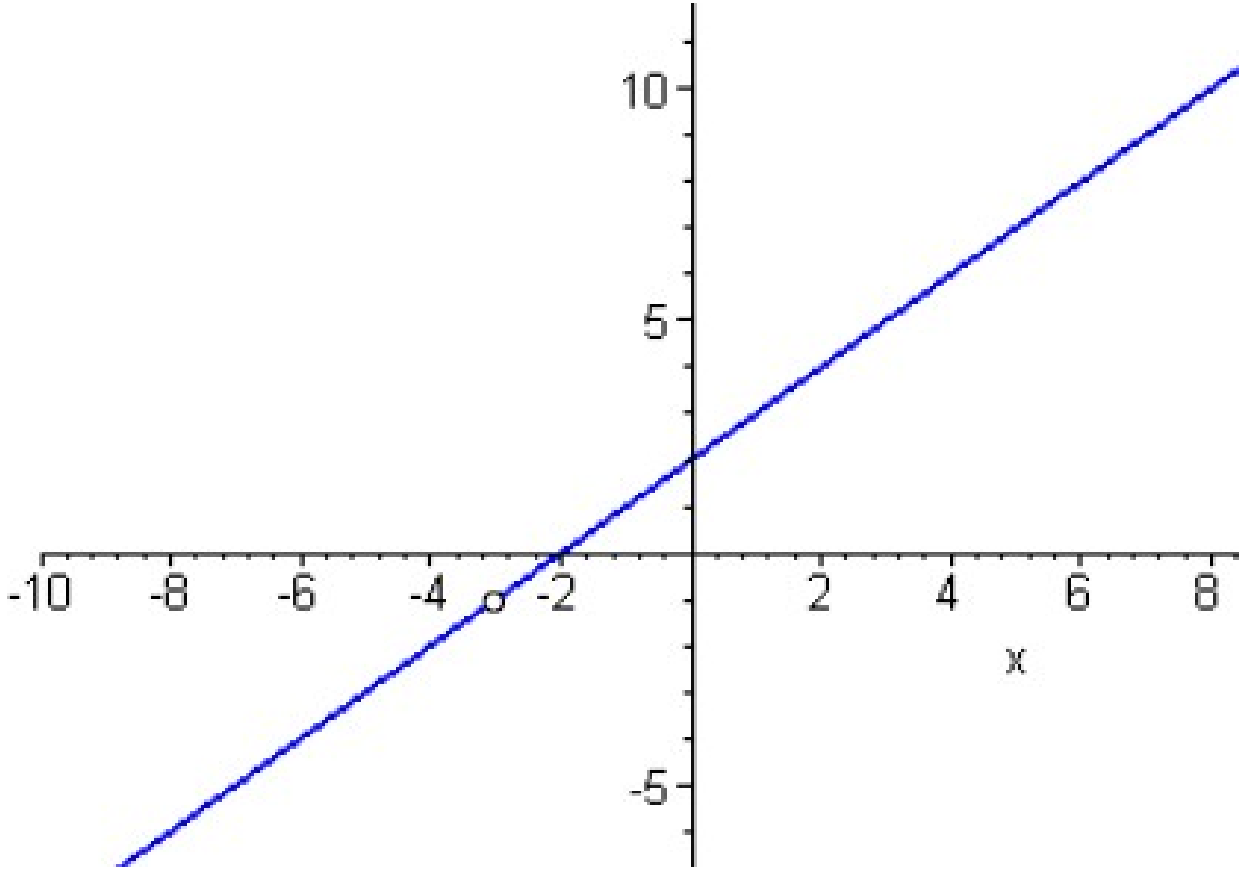
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 3} = \lim_{x \to +\infty} (x + 2) = +\infty + 2 = \infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 3} = \lim_{x \to -\infty} (x + 2) = -\infty + 2 = -\infty$$

Matemática II - 1. Limites

A função $y = f(x)$ não tem assíntota horizontal.

Veja o gráfico de $y = f(x)$ a seguir:



Exemplo 38: Determine para quais valores de x a função

$$f(x)=\begin{cases} x-2, \text{ se } x<-2 \\ 3, \text{ se } -2\leq x\leq 3 \\ \dfrac{1}{x^2-2x-1}, \text{ se } x>3 \end{cases}$$

é descontínua, classificando o tipo de descontinuidade, esboçando seu gráfico e possíveis assíntotas.

Determinação dos pontos de descontinuidade:

Como $f(x) = x-2$ é contínua para todo $x < 2$, $f(x) = 3$ é contínua no intervalo $-2 < x < 3$ e $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 2x - 1}$ é contínua para todo $x > 3$, então devemos verificar a descontinuidade nos pontos $x = 2$ e $x = 3$.

Comecemos por $x = 2$:

$$\lim_{x \to -2^-} f(x) = \lim_{x \to -2^-} (x-2) = -2-2 = -4$$

$$\lim_{x \to -2^+} f(x) = \lim_{x \to -2^+} 3 = 3$$

$$\lim_{x \to -2^+} f(x) = \lim_{x \to -2^+} 3 = 3$$

Como $\lim_{x \to -2^-} f(x) \neq \lim_{x \to -2^+} f(x)$, o limite não existe e a função tem descontinuidade de salto em $x = 2$.

$$\text{Salto} = 3 - (-4) = 3 + 4 = 7.$$

Vejamos agora em $x = 3$:

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^-} 3 = 3$$

$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \lim_{x \to 3^+} \frac{1}{x^2 - 2x - 1} = \frac{1}{2}$$

Como $\lim_{x \to 3^-} f(x) \neq \lim_{x \to 3^+} f(x)$, o limite não existe e a função tem descontinuidade de salto em $x = 3$.

Essa função não possui assíntotas verticais pois

$$\lim_{x \to -2^-} f(x) = \lim_{x \to -2^-} (x-2) = -2-2 = -4$$

$$\lim_{x \to -2^+} f(x) = \lim_{x \to -2^+} 3 = 3$$

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^-} 3 = 3$$

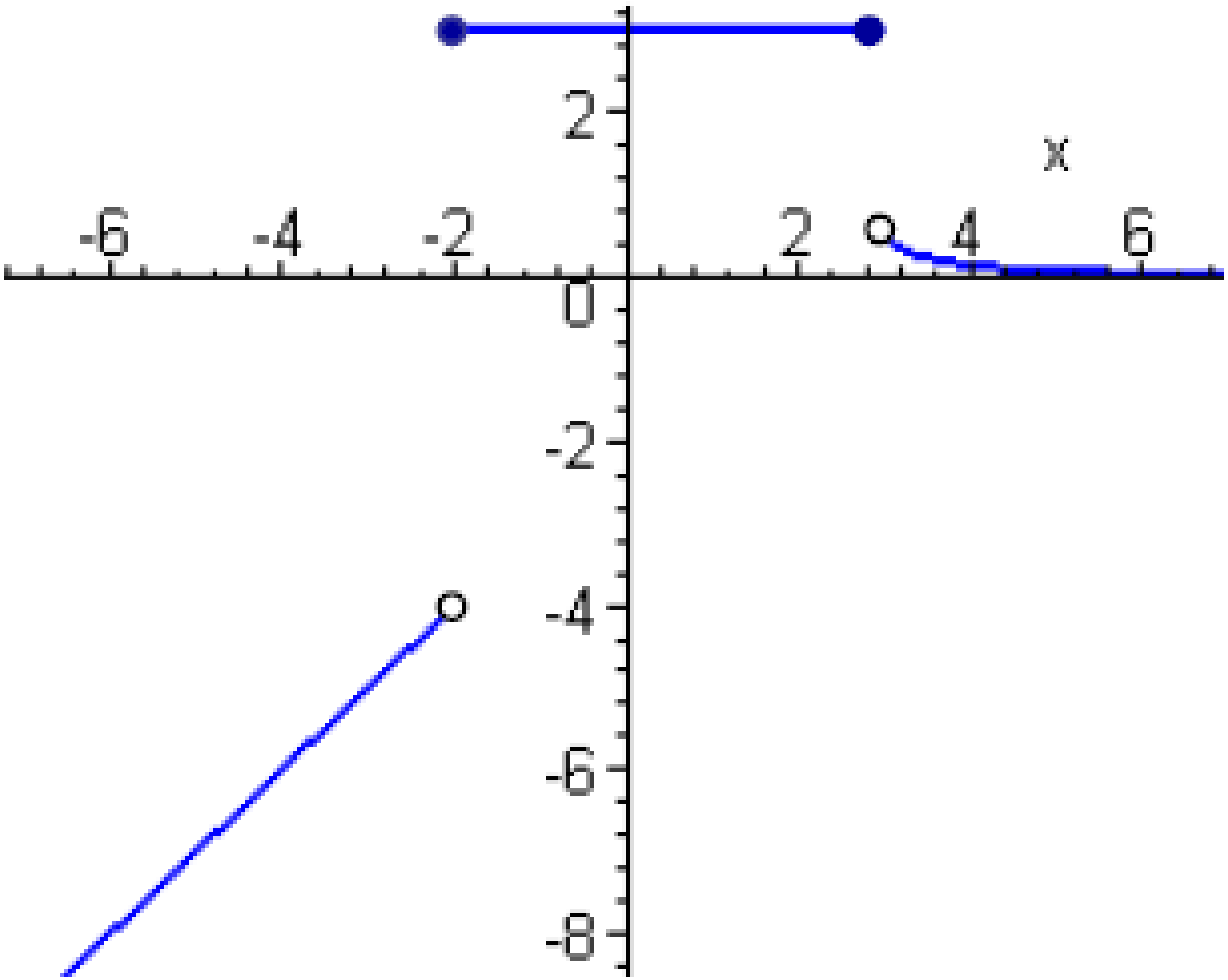
$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \lim_{x \to 3^+} \frac{1}{x^2 - 2x - 1} = \frac{1}{2}$$

Determinação das assíntotas horizontais e dos tipos de descontinuidade:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (x - 2) = -\infty - 2 = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2 - 2x - 1} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

A reta $\mathrm{f}(x) = 0$ é uma assíntota horizontal.


2
x
-6
-4
-2
2
4
6
0
-2
-4
-6
-8

Matemática II - 1. Limites

1.11 Teoremas

Teorema do confronto: Sejam $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ funções tais que $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ para todo x num mesmo intervalo contendo um ponto a. Se $\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} g(x) = L$, então $\lim_{x \to a} h(x) = L$.

Teoremas fundamentais:

$$\lim_{x \to a} \frac{\text{sen}(x)}{x} = 1 \qquad \lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

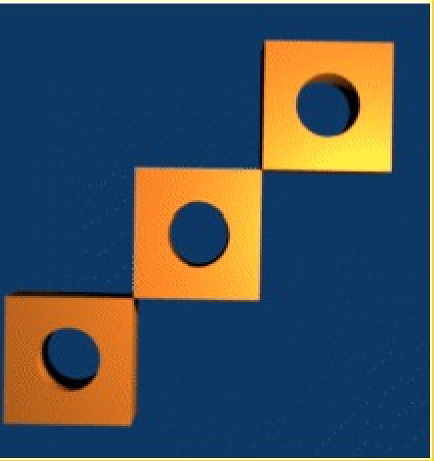
$$\lim_{x \to 0} \frac{b^x - 1}{x} = \ln b$$

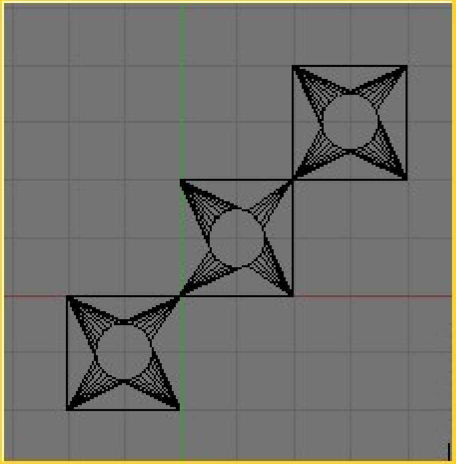
Você é Aquilo que Você Pensa

O homem é um resultado da lei, e não uma criação por artifício, e causa e efeito são tão absolutos e indesviáveis no reino oculto do pensamento quanto no mundo das coisas visíveis e materiais. Um caráter nobre e celestial não é uma coisa de favor ou sorte, mas é o resultado natural do esforço contínuo em pensar retamente, o efeito de uma profunda associação com pensamentos celestiais. Um caráter ignóbil e bestial, pelo mesmo processo, é o resultado de um contínuo acolhimento de pensamentos vis.

James Allen e Ricardo S. Marques

temática – Computação Gráfica - ...





Matemática – Computação Gráfica - Espiritismo

Site criado para divulgar os trabalhos de ensino, extensão e pesquisa desenvolvidos durante os cursos de Matemática, Computação Gráfica e Multimídia. Além disso, divulgar os trabalhos desenvolvidos por alunos e ex-alunos destas disciplinas. Como também textos, com novas explicações, novos exercícios, entre outras atualizações. Também faz-se aqui a divulgação de tópicos, pensamentos e mensagens que possam ajudar na educação e formação moral do indivíduo.

Disciplinas

[Álgebra Linear]

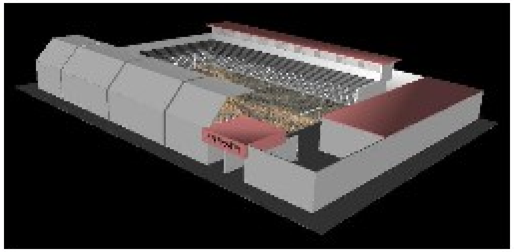
[Matemática I]

[Computação Gráfica]

[Matemática Financeira]

[Matemática II]

[Matemática Instrumental]



Trabalhos desenvolvidos em VRML, 3D Max e Blender por alunos dos Cursos de BS
Licenciatura em Computação da FARN

Disciplinas

Álgebra Linear

Matemática I

Computação Gráfica

Matemática Financeira

Matemática II

Matemática Instrumental

Matemática Comercial e Financeira

Matemática Aplicada a Administração

Tópicos Especiais

Grupo de Estudos Em Busca da Luz

Pensamentos

Mensagens

Matemática II

Disciplina oferecida no 2.o período para os cursos de Bacharelado em Sistemas de Informação e Licenciatura em Computação

Assim orava Ghandi

Senhor,

Ajude-me a dizer a verdade diante dos fortes e a não dizer mentiras para ganhar o aplauso dos fracos ...

Plano de Curso

Plano de Curso de Matemática II 2007.2 (.pdf)

Textos

Textos 01 – Limites, Limites laterais e Propriedades

Textos 02 - Limites infinitos, Limites no Infinito e Funções contínuas

Textos 03 – Descontinuidades, Assíntotas e Limites Fundamentais

Textos 04 – Derivadas, Regras de derivação e Regra da cadeia

Textos 05 – Derivação implícita, Derivadas sucessivas. Aplicações da derivada

Textos 06 – Primitivas. Integral indefinida. Propriedades. Integração por substituição

Textos 07 – Integral definida. Propriedades. Teorema fundamental do cálculo. Cálculo de áreas

Textos 08 – Técnicas de Integração. Integração por frações parciais

Listas de exercícios (primeira avaliação - Av1)

Lista de exercícios 01 Data de entrega: 19/08/2010

Gabarito para entrega da Lista 01: Lista1

Matemática II

Disciplina oferecida no 2.o período para os cursos de Bacharelado em Sistemas de Informação e Licenciatura em Computação

[*Assim orava Ghandi*](#)

Microsoft Excel - Lista1.xls [Somente leitura]

Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Ferramentas Dados Janela Ajuda

Verdana 14

A5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Algebra Linear										
2	Lista de exercícios 01	Respostas									
3	Nome	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4											
5											
6	Digite o seu nome e as alternativas com letras maiúsculas. Exemplo:										
7											
8	Nome	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
9	LUIZ GONZAGA DAMASCENO	A	B	A	B	A	B	A	A	A	A
10											

[Textos 07 – Integral definida. Propriedades. Teorema fundamental do cálculo. Cálculo de áreas](#)

[Textos 08 – Técnicas de Integração. Integração por frações parciais](#)

Listas de exercícios (primeira avaliação - Av1)

[Lista de exercícios 01](#) **Data de entrega: 19/08/2010**

[Gabarito para entrega da Lista 01: Lista1](#)