

A winter landscape with a snowy field, a path of footprints, and a sunset in the background. The sun is low on the horizon, casting a warm orange glow. The sky is a mix of orange and yellow. The ground is covered in snow, with a path of footprints leading towards the horizon. There are some trees in the background, and a small patch of ice or snow on the right side.

# Matemática II

Prof. Luiz Gonzaga

Damasceno

[www.damasceno.info](http://www.damasceno.info)

# Matemática II



## E-mails:

[damasceno12@hotmail.com](mailto:damasceno12@hotmail.com)

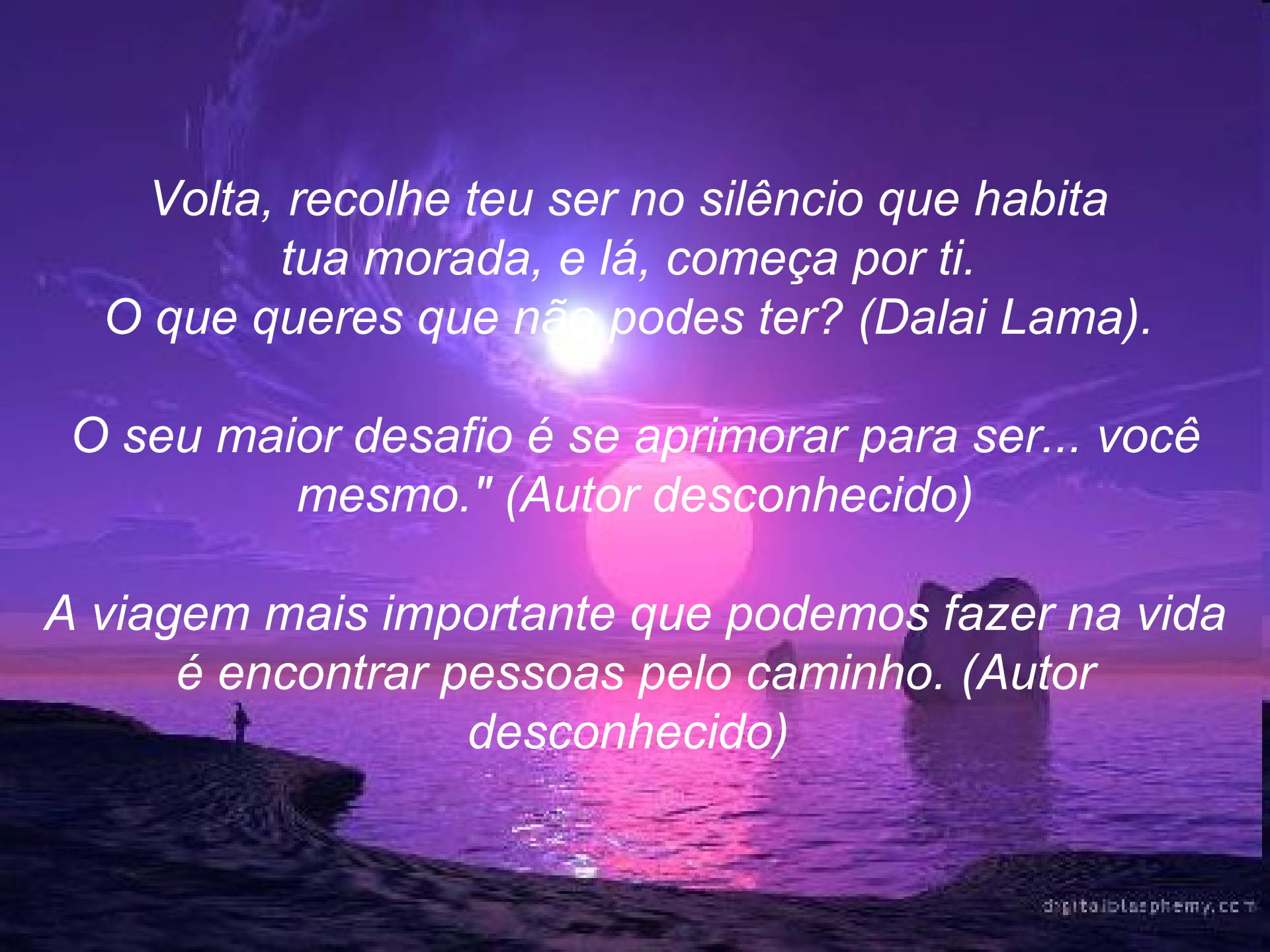
[damasceno12@uol.com.br](mailto:damasceno12@uol.com.br)

[damasceno1204@yahoo.com.br](mailto:damasceno1204@yahoo.com.br)

## Site:

[www.damasceno.info](http://www.damasceno.info)

[damasceno.info](http://damasceno.info)

A sunset over a body of water. The sun is low on the horizon, creating a bright orange and yellow glow that reflects on the water. The sky is a mix of orange, yellow, and blue. In the foreground, a dark silhouette of a person stands on a cliff or shore on the left. The overall mood is peaceful and contemplative.

*Volta, recolhe teu ser no silêncio que habita  
tua morada, e lá, começa por ti.  
O que queres que não podes ter? (Dalai Lama).*

*O seu maior desafio é se aprimorar para ser... você  
mesmo." (Autor desconhecido)*

*A viagem mais importante que podemos fazer na vida  
é encontrar pessoas pelo caminho. (Autor  
desconhecido)*

# Matemática II - 1. Limites

## 1.3 Limite de uma função.

Dizemos que existe o limite  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  quando existem os limites laterais

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \quad \text{e}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

Neste caso,

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

# Matemática II - 1. Limites

## 1.3 Limite de uma função.

Exemplo 03: Calcule os limites laterais e o limite da função  $f(x)$  quando  $x \rightarrow 0$ , caso existam.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ x^2 + 4 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$



# Matemática II - 1. Limites

## 1.3 Limite de uma função.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x^2 - 1 = 0 - 1 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 + 4 = 0 + 4 = 4$$

Como  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ , então

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  não existe.

# Matemática II - 1. Limites

Exemplo 04: Calcule o limite da função  $f(x)$  quando  $x \rightarrow 0$ , caso exista.

$$f(x) = \frac{x}{|x|}$$

Desde que  $|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$ , temos que

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{-x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} -1 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} 1 = 1$$

# Matemática II - 1. Limites

Logo  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  não existe.

## 1.5 Teoremas sobre Limites

(1) Teorema da unicidade:

Se existe  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ , então este limite é único.

Dada uma função  $f(x)$ , se  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_1$  e,  
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_2$  então,  $L_1 = L_2$ .



# Matemática II - 1. Limites

Em palavras, só existe um único limite para uma função em um determinado ponto.

(2) Limite da função constante:

Se  $c$  é uma constante, então, para qualquer número  $a$ , o limite de  $c$  quando  $x$  tende para  $a$  é igual a  $c$

$$\lim_{x \rightarrow a} c = c$$

# Matemática II - 1. Limites

O valor do limite para qualquer ponto de uma função constante  $f(x) = c$  é o próprio valor de  $c$ .

O limite de uma função constante é a própria constante.

Exemplo 05:  $\lim_{x \rightarrow 3} 5 = 5$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5 = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} 5 = 5$$

# Matemática II - 1. Limites

(3) Limite da função identidade:

O limite da função identidade  $f(x)=x$ , quando,  $x \rightarrow a$  é igual a  $a$ .

$$\lim_{x \rightarrow a} x = a$$

Exemplo 06:

$$\lim_{x \rightarrow 3} x = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} x = -3$$

# Matemática II - 1. Limites

(4) Limite da função afim:

Se  $m$  e  $b$  são constantes quaisquer, então

$$\lim_{x \rightarrow a} mx + b = ma + b$$

Exemplo 07:

$$\lim_{x \rightarrow 4} (5x + 3) = 5 \times 4 + 3 = 20 + 3 = 23$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} (-4x + 8) = -4 \times (-3) + 8 = 12 + 8 = 20$$

# Matemática II - 1. Limites

(5) Limite da soma:

O limite da soma é a soma dos limites

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

Exemplo 08:  $\lim_{x \rightarrow 4} (5x + 3) = 23$

$$\lim_{x \rightarrow 4} (-4x + 8) = -8$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} [(5x + 3) + (-4x + 8)] &= \lim_{x \rightarrow 4} (5x + 3) + \lim_{x \rightarrow 4} (-4x + 8) \\ &= 23 - 8 = 15 \end{aligned}$$

# Matemática II - 1. Limites

(6) Limite da diferença:

O limite da diferença é a diferença dos limites

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

Exemplo 09:  $\lim_{x \rightarrow 4} (5x + 3) = 23$

$$\lim_{x \rightarrow 4} (-4x + 8) = -8$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} [(5x + 3) - (-4x + 8)] &= \lim_{x \rightarrow 4} (5x + 3) - \lim_{x \rightarrow 4} (-4x + 8) \\ &= 23 - (-8) = 31 \end{aligned}$$

# Matemática II - 1. Limites

(7) Limite do produto:

O limite do produto é o produto dos limites

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \times g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

Exemplo 10:  $\lim_{x \rightarrow 4} (5x + 3) = 23$

$$\lim_{x \rightarrow 4} (-4x + 8) = -8$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} [(5x + 3) \times (-4x + 8)] = \lim_{x \rightarrow 4} (5x + 3) \times \lim_{x \rightarrow 4} (-4x + 8)$$

$$= 23 \times (-8) = -184$$



# Matemática II - 1. Limites

(8) Limite do produto de uma constante por uma função:

$$\lim_{x \rightarrow a} (k \cdot g(x)) = k \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

Exemplo 11:  $\lim_{x \rightarrow 4} 5 = 5$

$$\lim_{x \rightarrow 4} (-4x + 8) = -8$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} [5(-4x + 8)] = \lim_{x \rightarrow 4} 5 \times \lim_{x \rightarrow 4} (-4x + 8)$$

$$= 5 \times (-8) = -40$$

# Matemática II - 1. Limites

(9) Limite do quociente:

O limite do quociente é o quociente dos limites:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

Exemplo 12:

$$\lim_{x \rightarrow 4} (5x + 3) = 23$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} (-4x + 8) = -8$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x + 3}{-4x + 8} = \frac{\lim_{x \rightarrow 4} (5x + 3)}{\lim_{x \rightarrow 4} (-4x + 8)} = \frac{23}{-8} = -2,875$$

# Matemática II - 1. Limites

(10) Limite da potência:

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[ \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n$$

Exemplo 13:

$$\lim_{x \rightarrow 4} (5x - 17) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} (5x - 17)^5 = \left[ \lim_{x \rightarrow 4} (5x - 17) \right]^5 = 3^5 = 243$$

# Matemática II - 1. Limites

(11) Limite da raiz n-ésima:

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$$

Exemplo 14:

$$\lim_{x \rightarrow 4} (5x - 17) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt[3]{(5x - 17)^5} = \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow 4} (5x - 17)^5} = \sqrt[3]{3^5} = \sqrt[3]{243}$$

# Matemática II - 1. Limites

Exemplos:

Exemplo 15: Se  $f(x) = x$  temos:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} x = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} x = -3$$

# Matemática II - 1. Limites

Exemplos:

Exemplo 16: Se  $f(x) = 10$  temos:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} 10 = 10$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} 10 = 10$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} 10 = 10$$

# Matemática II - 1. Limites

Exemplos:

Exemplo 17: Se  $f(x) = 3 - x$  temos:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (3 - x) = \lim_{x \rightarrow 3} 3 - \lim_{x \rightarrow 3} x = 3 - 3 = 0$$

Exemplo 18: Se  $f(x) = x^2 + 5x - 7$  temos:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 5x - 7) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 + \lim_{x \rightarrow 0} 5x - \lim_{x \rightarrow 0} 7 =$$

$$0 + 0 - 7 = -7$$



# Matemática II - 1. Limites

Exemplos:

Exemplo 19: Se  $f(x) = (x^2 + 4x - 1)(x^3 + 4)$  temos:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} [(x^2 + 4x - 1)(x^3 + 4)] =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 4x - 1) \lim_{x \rightarrow 2} (x^3 + 4) =$$

$$= \left( \lim_{x \rightarrow 2} x^2 + \lim_{x \rightarrow 2} 4x - \lim_{x \rightarrow 2} 1 \right) \left( \lim_{x \rightarrow 2} x^3 + \lim_{x \rightarrow 2} 4 \right) =$$

$$(4 + 8 - 1)(8 + 4) = 11 \times 12 = 132$$

# Matemática II - 1. Limites

Exemplos:

Exemplo 20: Se  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$  temos:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} x^2 - 1}{\lim_{x \rightarrow 3} x^2 + 1} =$$

$$\frac{\lim_{x \rightarrow 3} x^2 - \lim_{x \rightarrow 3} 1}{\lim_{x \rightarrow 3} x^2 + \lim_{x \rightarrow 3} 1} = \frac{9 - 1}{9 + 1} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

# Matemática II - 1. Limites

Exemplos:

Exemplo 21: Se  $f(x) = (x^3 + 2x)^4$  temos:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 + 2x)^4 =$$

$$\left[ \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 + 2x) \right]^4 =$$

$$\left( \lim_{x \rightarrow 1} x^3 + \lim_{x \rightarrow 1} 2x \right)^4 =$$

$$(1 + 2)^4 = 3^4 = 81$$

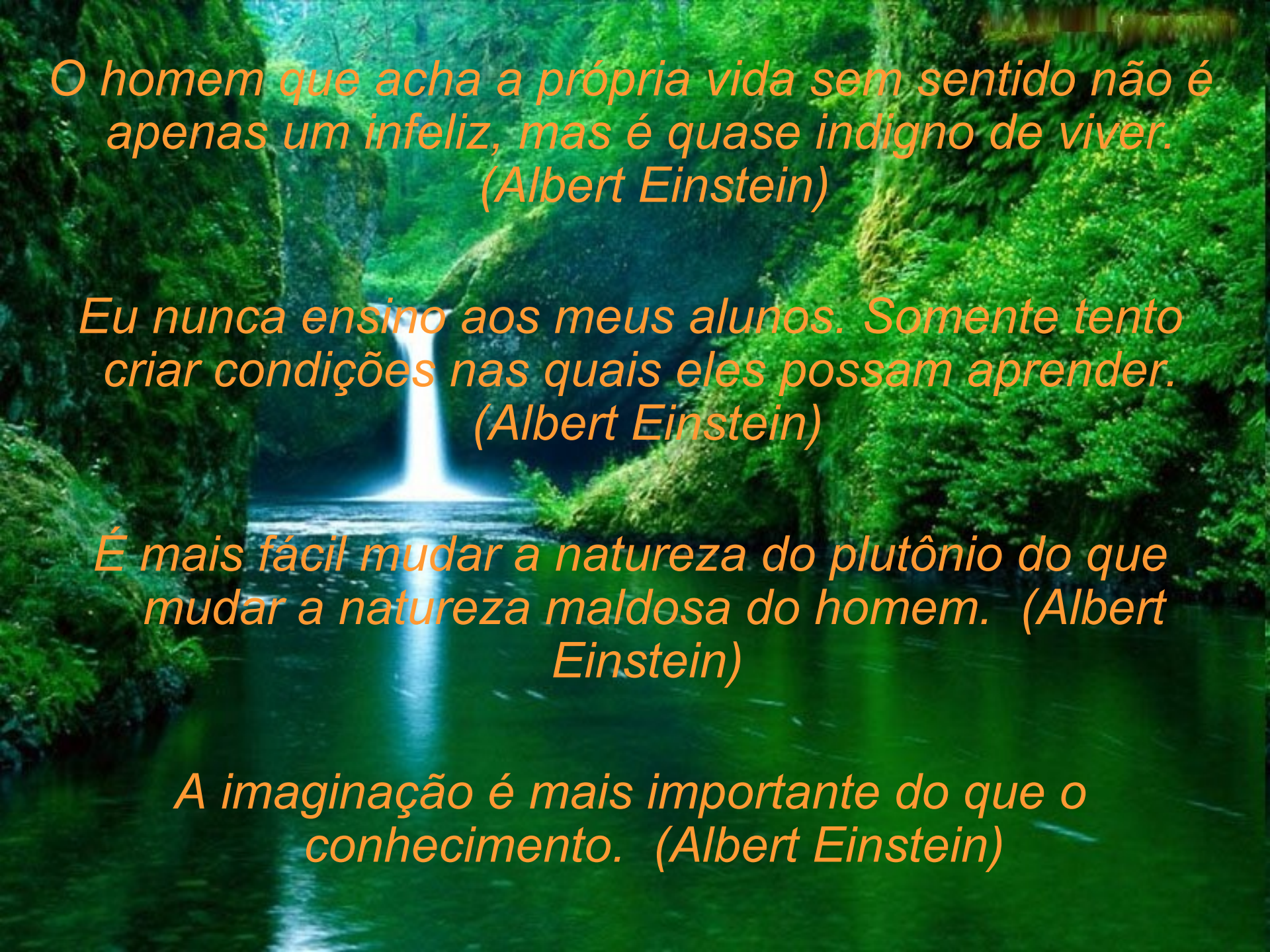
# Matemática II - 1. Limites

Exemplos:

Exemplo 22: Se  $f(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}}$  temos:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}} =$$

$$\sqrt{\frac{\lim_{x \rightarrow 2} x^3 - 1}{\lim_{x \rightarrow 2} x^3 + 1}} = \sqrt{\frac{8 - 1}{8 + 1}} = \sqrt{\frac{7}{9}}$$

A vibrant, high-angle photograph of a waterfall cascading into a river within a dense, lush green forest. The water is bright white as it falls, creating a misty spray at the base. The surrounding foliage is thick and verdant, with various shades of green. The river flows from the waterfall towards the foreground, reflecting the light. The overall scene is serene and natural.

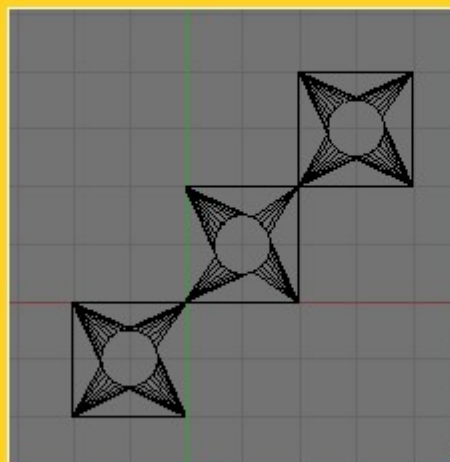
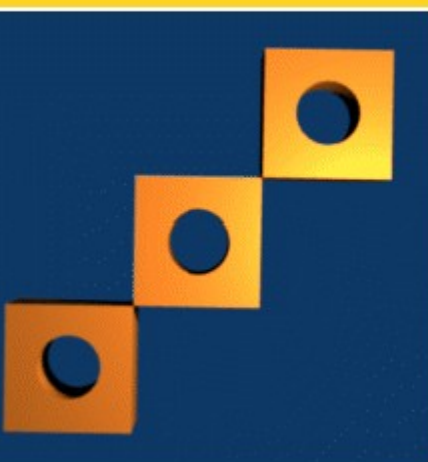
*O homem que acha a própria vida sem sentido não é apenas um infeliz, mas é quase indigno de viver.  
(Albert Einstein)*

*Eu nunca ensino aos meus alunos. Somente tento criar condições nas quais eles possam aprender.  
(Albert Einstein)*

*É mais fácil mudar a natureza do plutônio do que mudar a natureza maldosa do homem. (Albert Einstein)*

*A imaginação é mais importante do que o conhecimento. (Albert Einstein)*





## *Matemática – Computação Gráfica - Espiritismo*

Site criado para divulgar os trabalhos de ensino, extensão e pesquisa desenvolvidos durante os cursos de Matemática, Computação Gráfica e Multimídia. Além disso, divulgar os trabalhos desenvolvidos por alunos e ex-alunos destas disciplinas. Como também textos, com novas explicações, novos exercícios, entre outras atualizações. Também faz-se aqui a divulgação de tópicos, pensamentos e mensagens que possam ajudar na educação e formação moral do indivíduo.

### Disciplinas

[Álgebra Linear](#)

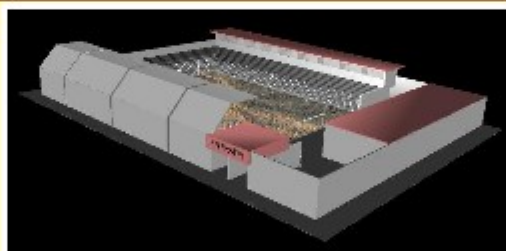
[Matemática I](#)

[Computação Gráfica](#)

[Matemática Financeira](#)

[Matemática II](#)

[Matemática Instrumental](#)



# Blender

Trabalhos desenvolvidos em VRML, 3D Max e Blender por alunos dos Cursos de BS e Licenciatura em Computação da FARN

## Disciplinas

*Álgebra Linear*

*Matemática I*

*Computação Gráfica*

*Matemática Financeira*

*Matemática II*

*Matemática Instrumental*

*Matemática Comercial e Financeira*

*Matemática Aplicada a Administração*

## Tópicos Especiais

*Grupo de Estudos Em Busca da Luz*

*Pensamentos*

*Mensagens*



# Matemática II

Disciplina oferecida no 2.º período para os cursos de Bacharelado em Sistemas de Informação e Licenciatura em Computação

[Página Inicial](#) [Contato](#) [Links](#) [Disciplinas](#) [Cursos](#) [Iniciação Científica](#) [Diversos](#)

[Assim orava Ghandi](#)

Senhor,

Ajude-me a dizer a verdade diante dos fortes e a não dizer mentiras para ganhar o aplauso dos fracos ...

*Plano de Curso*

[Plano de Curso de Matemática II 2007.2 \(.pdf\)](#)

*Textos*

[Textos 01 – Limites, Limites laterais e Propriedades](#)

[Textos 02 - Limites infinitos, Limites no Infinito e Funções contínuas](#)

[Textos 03 – Descontinuidades, Assíntotas e Limites Fundamentais](#)

[Textos 04 – Derivadas, Regras de derivação e Regra da cadeia](#)

[Textos 05 – Derivação implícita, Derivadas sucessivas. Aplicações da derivada](#)

[Textos 06 – Primitivas. Integral indefinida. Propriedades. Integração por substituição](#)

[Textos 07 – Integral definida. Propriedades. Teorema fundamental do cálculo. Cálculo de áreas](#)

[Textos 08 – Técnicas de Integração. Integração por frações parciais](#)

*Listas de exercícios (primeira avaliação - Av1)*

[Lista de exercícios 01](#)

Data de entrega: 19/08/2010

[Gabarito para entrega da Lista 01: Lista1](#)