

A winter landscape with a snowy field, a path of footprints, and a sunset in the background. The sun is low on the horizon, casting a warm orange glow. The sky is a mix of orange and yellow. The ground is covered in snow, with a path of footprints leading towards the horizon. There are some trees in the background, and a small patch of ice or snow on the right side.

Matemática II

Prof. Luiz Gonzaga

Damasceno

www.damasceno.info

Matemática II



E-mails:

damasceno12@hotmail.com

damasceno12@uol.com.br

damasceno1204@yahoo.com.br

Site:

www.damasceno.info

damasceno.info

Matemática II

- *Aquele que sabe o que quer já percorreu um longo caminho para alcançá-lo.
(Harold Shermam)*
- *"Aquele que tentou e nada conseguiu é superior àquele que não tentou."*
- *"O segredo da vida não é fazer o que se gosta, mas sim gostar do que se faz."*

Matemática II - 1. Limites

Considere a função $y = f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

$f(x)$ é definida no domínio $\{x \in \mathbb{R} / x \neq 1\}$

Fatorando o numerador e cancelando os

fatores comuns, obtemos $y = x + 1$, uma

forma simplificada para $x \neq 1$.

Matemática II - 1. Limites

Observe que: $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$

Produtos notáveis:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

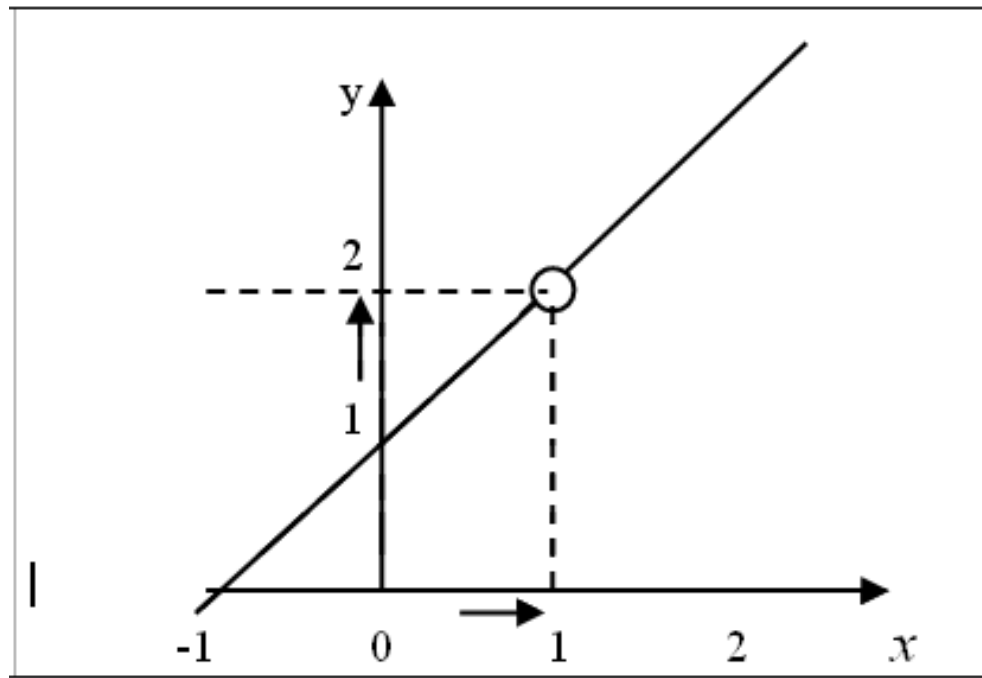
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Matemática II - 1. Limites

Portanto, o gráfico de $y = f(x)$ é a reta $y = x + 1$ sem o ponto $(1, 2)$.

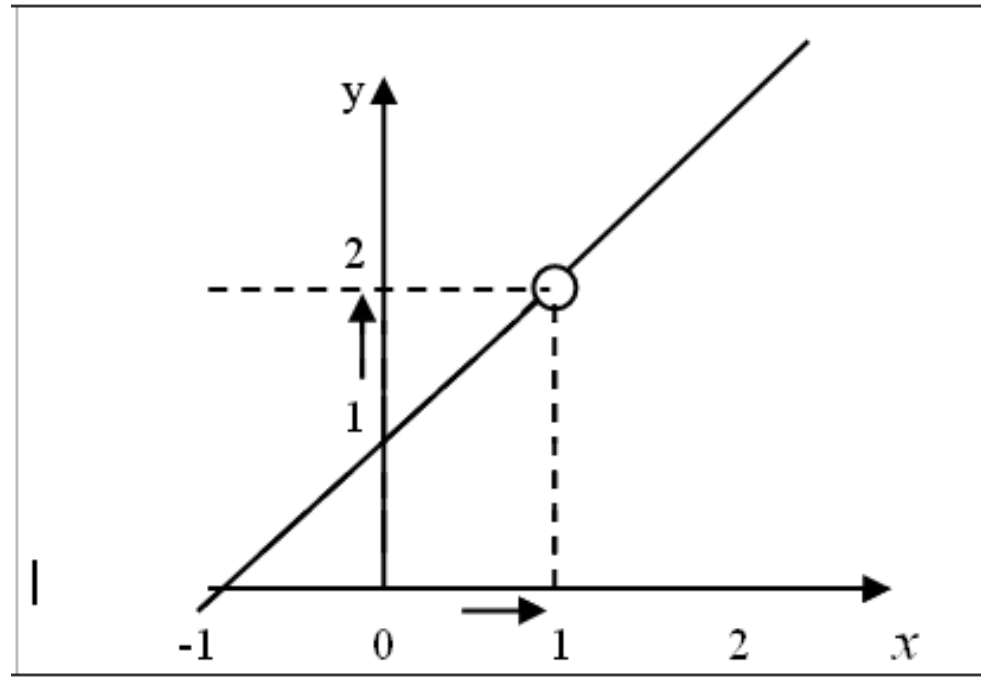
$$\begin{aligned} y = f(x) &= \frac{x^2 - 1}{x - 1} \\ &= \frac{(x + 1)(x - 1)}{x - 1} = \\ &x + 1 \end{aligned}$$



Matemática II - 1. Limites

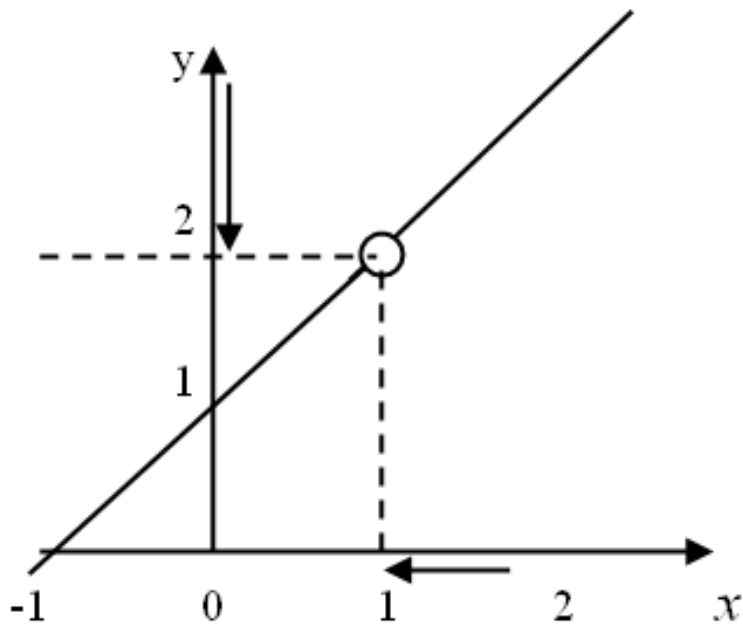
Na proximidade esquerda de $x = 1$ temos:

x	$f(x)$
0	1
0,5	1,5
0,9	1,9
0,99	1,99
0,999	1,999
0,9999	1,9999



Matemática II - 1. Limites

Na proximidade direita de $x = 1$ temos:



x	$f(x)$
2	3
1,5	2,5
1,1	2,1
1,01	2,01
1,001	2,001
1,0001	2,0001

Matemática II - 1. Limites

1.1 Tendência de uma variável.

x	x	x
1,8	2,5	2,5
1,89	2,1	1,89
1,956	2,04	2,04
1,9934	2,015	1,956
1,9995	2,007	2,007
1,99994	2,0003	1,9995
↓	↓	↓
2,0	2,0	2,0
$x \rightarrow 2,0^-$	$x \rightarrow 2,0^+$	$x \rightarrow 2,0$

Matemática II - 1. Limites

" Para cultivar a sabedoria, é preciso força interior. Sem crescimento interno, é difícil conquistar a autoconfiança e a coragem necessárias. Sem elas, nossa vida se complica. O impossível torna-se possível com a força de vontade." (Dalai Lama).

Matemática II - 1. Limites

1.2 Limites laterais de uma função.

$$y = f(x) = \frac{(3x + 4)(x - 2)}{x - 2}$$

$$\text{Dom } f(x) = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 2\}$$

$$y = f(x) = \frac{(3x + 4)(x - 2)}{x - 2} = 3x + 4$$

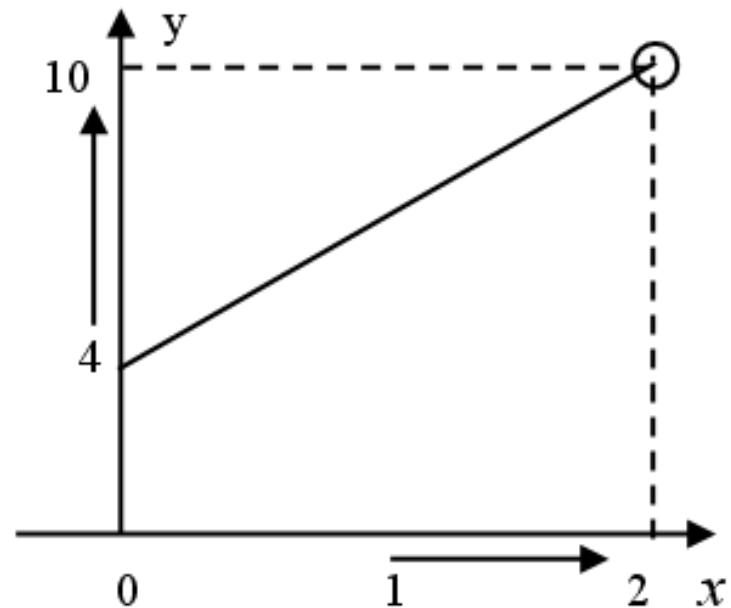
para $x \neq 2$

Matemática II - 1. Limites

1.2 Limites laterais de uma função.

Na proximidade esquerda de $x = 2$ temos:

x	$f(x)$
1	7
1,5	8,5
1,9	9,7
1,99	9,97
1,999	9,997
1,9999	9,9997

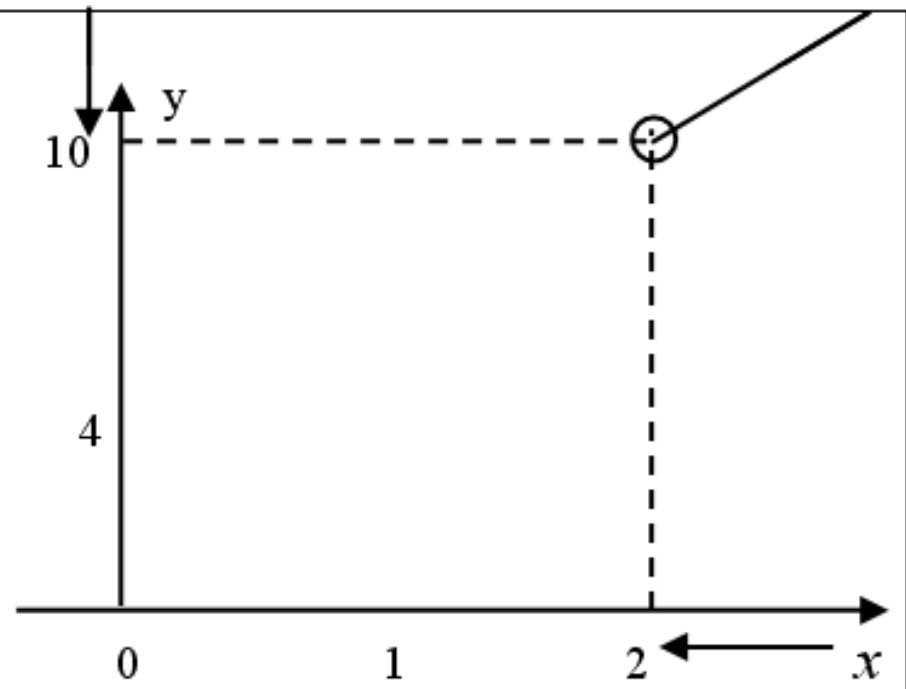


Matemática II - 1. Limites

1.2 Limites laterais de uma função.

Na proximidade direita de $x = 2$ temos:

x	$f(x)$
3	13
2,5	11,5
2,1	10,3
2,01	10,03
2,001	10,003
2,0001	12,0003



Matemática II - 1. Limites

1.2 Limites laterais de uma função.

Dizemos que a função $y = f(x) = \frac{(3x + 4)(x - 2)}{x - 2}$

tem limite 10 quando x se aproxima de 2, por números maiores ou menores que 2 e escrevemos:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3x + 4)(x - 2)}{x - 2} = 10$$

Matemática II - 1. Limites

1.2 Limites laterais de uma função.

Dizemos que

$f(x)$ fica muito próximo de 10 quando x se aproxima de 2, ou ainda que

$f(x)$ tem limite 10 ($f(x)$ tende para 10) quando $x \rightarrow 2$ (x tende para 2).

Matemática II - 1. Limites

1.2 Limites laterais de uma função.

Dizemos que

$f(x)$ tem limite lateral a esquerda igual a 10 quando $x \rightarrow 2^-$.

$f(x)$ tende para 10 quando x tende para 2 e $x < 2$.

$f(x)$ tem limite lateral a direita igual a 10 quando $x \rightarrow 2^+$.

$f(x)$ tende para 10 quando x tende para 2 e $x > 2$.

Matemática II - 1. Limites

1.2 Limites laterais de uma função.

E escrevemos

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(3x + 4)(x - 2)}{x - 2} = 10$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(3x + 4)(x - 2)}{x - 2} = 10$$

- Os meios para que a tua vida seja plena, são dados a ti a cada momento (Dalai Lama) .
- A vida está disponível para que possas usufruir do que ela tem de melhor (Dalai Lama) .
- Não percas tempo com escolhas que de nada te valerão para evoluir (Dalai Lama) .
- Acomodar-se em águas paradas apenas traduz o medo de mudanças, e estas são necessárias para que possamos reencontrar a nossa harmonia, a nossa paz interior (Dalai Lama) .

Matemática II - 1. Limites

1.2 Limites laterais de uma função.

Exemplo 01: Considere a função

Então $y = f(x) = 5x + 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (5x + 2) = 5 \times 2 + 2 = 12$$

(limite lateral a esquerda)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (5x + 2) = 5 \times 2 + 2 = 12$$

(limite lateral a direita)

Matemática II - 1. Limites

1.2 Limites laterais de uma função.

Exemplo 01: Considere a função

Então $y = f(x) = 5x + 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (5x + 2) = 5 \times 2 + 2 = 12$$

Matemática II - 1. Limites

1.2 Limites laterais de uma função.

Exemplo 02: Considere a função

$$y = f(x) = \frac{x^3 - 8}{x - 2}, \quad x \neq 2$$

Observe que

$$\frac{x^3 - 8}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{x - 2} = x^2 + 2x + 4$$

Matemática II - 1. Limites

1.2 Limites laterais de uma função.

A fatoração de $x^3 - 8$ pode ser obtida mediante o algoritmo de Ruffini. Veja logo abaixo.

Algoritmo de Briot-Ruffini: Divisão de $x^3 - 8$ por $x - 2$

	x^3	x^2	x	C
$x - 2$	1	0	0	-8
2	1	$(2 \times 1 + 0) = 2$	$(2 \times 2 + 0) = 4$	$(2 \times 4 - 8) = 0$
	1	2	4	0

Matemática II - 1. Limites

1.3 Limite de uma função.

Dizemos que a função f tem limite L quando x se aproxima de a , se o valor de $f(x)$ se aproxima do número L .

Denotamos esse fato por: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

Também costumamos dizer que

L é o limite de $f(x)$ quando x tende para a .

Matemática II - 1. Limites

1.3 Limite de uma função.

Dizemos que existe o limite $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ quando existem os limites laterais

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \quad \text{e}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

Neste caso,

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

Matemática II - 1. Limites

1.3 Limite de uma função.

Exemplo 03: Calcule os limites laterais e o limite da função $f(x)$ quando $x \rightarrow 0$, caso existam.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ x^2 + 4 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Matemática II - 1. Limites

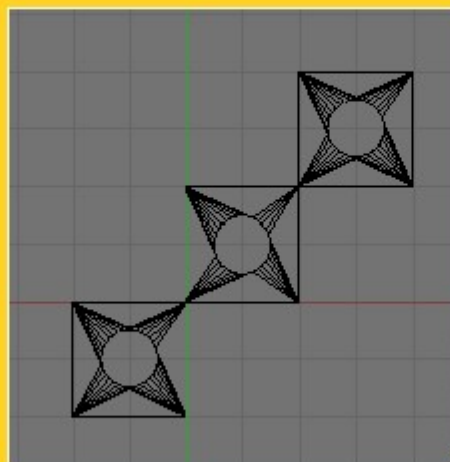
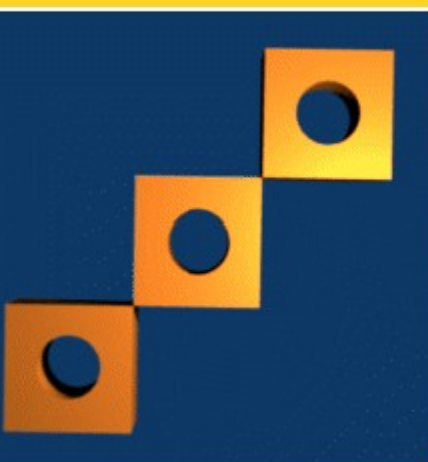
1.3 Limite de uma função.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x^2 - 1 = 0 - 1 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 + 4 = 0 + 4 = 4$$

Como $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, então

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ não existe.



Matemática – Computação Gráfica - Espiritismo

Site criado para divulgar os trabalhos de ensino, extensão e pesquisa desenvolvidos durante os cursos de Matemática, Computação Gráfica e Multimídia. Além disso, divulgar os trabalhos desenvolvidos por alunos e ex-alunos destas disciplinas. Como também textos, com novas explicações, novos exercícios, entre outras atualizações. Também faz-se aqui a divulgação de tópicos, pensamentos e mensagens que possam ajudar na educação e formação moral do indivíduo.

Disciplinas

[Álgebra Linear](#)

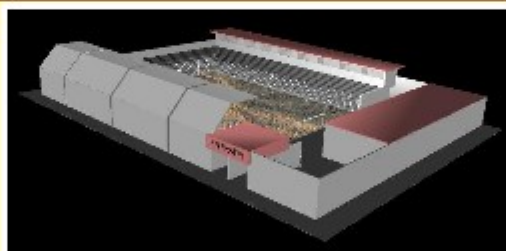
[Matemática I](#)

[Computação Gráfica](#)

[Matemática Financeira](#)

[Matemática II](#)

[Matemática Instrumental](#)



Blender

Trabalhos desenvolvidos em VRML, 3D Max e Blender por alunos dos Cursos de BS e Licenciatura em Computação da FARN

Disciplinas

Álgebra Linear

Matemática I

Computação Gráfica

Matemática Financeira

Matemática II

Matemática Instrumental

Matemática Comercial e Financeira

Matemática Aplicada a Administração

Tópicos Especiais

Grupo de Estudos Em Busca da Luz

Pensamentos

Mensagens

Matemática II

Disciplina oferecida no 2.º período para os cursos de Bacharelado em Sistemas de Informação e Licenciatura em Computação

[Página Inicial](#) [Contato](#) [Links](#) [Disciplinas](#) [Cursos](#) [Iniciação Científica](#) [Diversos](#)

Assim orava Ghandi

Senhor,

Ajude-me a dizer a verdade diante dos fortes e a não dizer mentiras para ganhar o aplauso dos fracos ...

Plano de Curso

[Plano de Curso de Matemática II 2007.2 \(.pdf\)](#)

Textos

[Textos 01 – Limites, Limites laterais e Propriedades](#)

[Textos 02 - Limites infinitos, Limites no Infinito e Funções contínuas](#)

[Textos 03 – Descontinuidades, Assíntotas e Limites Fundamentais](#)

[Textos 04 – Derivadas, Regras de derivação e Regra da cadeia](#)

[Textos 05 – Derivação implícita, Derivadas sucessivas. Aplicações da derivada](#)

[Textos 06 – Primitivas. Integral indefinida. Propriedades. Integração por substituição](#)

[Textos 07 – Integral definida. Propriedades. Teorema fundamental do cálculo. Cálculo de áreas](#)

[Textos 08 – Técnicas de Integração. Integração por frações parciais](#)

Listas de exercícios (primeira avaliação - Av1)

[Lista de exercícios 01](#)

Data de entrega: 19/08/2010

[Gabarito para entrega da Lista 01: Lista1](#)