E-mails: damasceno1204@yahoo.com.br damasceno12@uol.com.br damasceno12@hotmail.com
http://www.damasceno.info www.damasceno.info damasceno.info

Técnicas de Integração

Integração por partes

Considere duas funções $u(x)$ e $v(x)$ diferenciáveis. Do conceito de derivada tiramos que

$$\frac{d}{dx}[u(x)v(x)] = u(x)v'(x) + u'(x)v(x)$$

e do conceito de diferencial, podemos concluir que

$$d[u(x)v(x)] = u(x)v'(x)dx + u'(x)v(x)dx$$

Como $du = u'(x)dx$ e $dv = v'(x)dx$ a expressão acima pode ser escrita na forma mais simples:

$$d(uv) = udv + vdu$$

Aplicando integral a ambos os membros, obtemos

$$\int d(uv) = \int udv + \int vdu$$

ou

$$\int udv = uv - \int vdu$$

Exemplo: $\int \ln x \, dx$

Fazendo

$u = \ln x$ e

$dv = dx$ obtemos

$du = \frac{1}{x} dx$

$v = \int dx = x$

Então

$$\int \ln x \, dx = \int udv = uv - \int vdu = x \ln x - \int x \frac{1}{x} dx$$

$$\int \ln x \, dx = x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C$$

Exemplo: $\int xe^x \, dx$

Fazendo

$u = x$ e

E-mails: damasceno1204@yahoo.com.br damasceno12@uol.com.br damasceno12@hotmail.com
http://www.damasceno.info www.damasceno.info damasceno.info

$dv = e^x dx$ obtemos

$du = dx$

$v = \int e^x dx = e^x$

Então

$$\int xe^x\, dx = \int u dv = uv - \int v du = xe^x - \int e^x dx$$

$$\int xe^x\, dx = xe^x - e^x + C$$

Integração por frações parciais

$$\int \frac{f(x)}{g(x)h(x)} dx = \int \frac{A}{g(x)} dx + \int \frac{B}{h(x)} dx + C$$

Exemplo: $\int \frac{1}{x^2 - 5x} dx$

Como

$x^2 - 5x = x(x-5)$ então, fazendo

$\frac{A}{x} + \frac{B}{x-5} = \frac{1}{x(x-5)}$ obtemos

$A(x-5) + Bx = 1$

$(A+B)x - 5A = 1$

$\begin{cases} A + B = 0 \\ -5A = 1 \end{cases}$ ou $\begin{cases} B = \frac{1}{5} \\ A = -\frac{1}{5} \end{cases}$

Então

$$\int \frac{1}{x^2 - 5x} dx = -\frac{1}{5}\int \frac{1}{x} dx + \frac{1}{5}\int \frac{1}{x-5} dx$$

$$\int \frac{1}{x^2 - 5x} dx = -\frac{1}{5}\ln x + \frac{1}{5}\ln(x-5)$$

Integrais trigonométricas

1) $\int sen^3 x \cos\, x\, dx = \int sen^3 x\ \ d(senx) = \int u^3\, du = \frac{1}{4}u^4 + C = \frac{1}{4}sen^4 x + C$

E-mails: damasceno1204@yahoo.com.br damasceno12@uol.com.br damasceno12@hotmail.com
http://www.damasceno.info www.damasceno.info damasceno.info

2) $\int tg^2 x \sec^2 x \, dx = \int tg^2 x \; d(tgx) = \int u^2 \; du = \frac{1}{3}u^3 + C = \frac{1}{3}tg^3 x + C$

3) $\int sen^2 x \cos^3 x \, dx = \int sen^2 x \cos^2 x \cos x \, dx = \int sen^2 x \, (1 - sen^2 x) \, d(senx) =$

$= \int (sen^2 x - sen^4 x) \, d(senx) = \frac{1}{3} sen^3 x - \frac{1}{5} sen^5 x + C$

4) $\int sen^3 x \, dx = \int sen^2 x \, sen \, x \, dx = -\int \; (1 - \cos^2 \, x) \, d(\cos x) = - \; \cos x + \frac{1}{3}\cos^3 \, x + C$