

Matemática I

Bacharelado em
Sistemas de
Informação

Período 2011.1

Prof. da Disciplina
Luiz Gonzaga Damasceno, M. Sc

Matemática I

E-mails:

damasceno12@hotmail.com

damasceno12@uol.com.br

damasceno1204@yahoo.com.br

Site:

www.damasceno.info

damasceno.info

Matemática I

Módulo V – Introdução à Lógica Matemática

Bicondicional

O bicondicional, denotado por $P \leftrightarrow Q$, tem o mesmo significado que $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$. Assim, a tabela-verdade de $(P \leftrightarrow Q)$ pode ser obtida construindo a tabela-verdade de $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$.

P	Q	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow P$	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Matemática I

Fórmulas fbf. Tautologias. Contradição. Equivalência

Fórmulas Bem-Formadas

Fórmulas bem-formadas (well formed formula - wff) são sentenças lógicas construídas corretamente sobre o alfabeto cujos símbolos são conectivos, parênteses e letras sentenciais.

Exemplos:

- $\neg P, P \wedge Q, P \vee Q, P \rightarrow Q, P \leftrightarrow Q$
- $P \vee \neg Q$
- $(P \wedge \neg Q) \rightarrow R$
- $\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q)$

Matemática I

Fórmulas fbf. Tautologias. Contradição. Equivalência

Tabelas-verdade para fbfs

Para construir uma tabela-verdade para uma fbf, escrevemos as letras sentenciais à esquerda da tabela e a fórmula à direita da tabela. Devemos completar com todas as possibilidades de valores verdade para as letras sentenciais. A seguir, devemos identificar o **operador principal**, pois é ele que determina o valor-verdade para toda a fórmula. Por fim, completamos a tabela com os valores-verdade para os operadores, sub-fbfs e por fim para a fbf (operador principal).

(Matemática Discreta - Márcia Rodrigues Notare)

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

1. Construa a tabela-verdade para a fórmula $\neg\neg P$.

P	\neg	\neg	P
V			V
F			F

P	\neg	\neg	P
V		F	V
F		V	F

P	\neg	\neg	P
V	V	F	V
F	F	V	F

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

2. Construa a tabela-verdade para a fórmula $\neg P \vee Q$.

P	Q	$\neg P$	\vee	Q
V	V	F		V
V	F	F		F
F	V	V		V
F	F	V		F

P	Q	$\neg P$	\vee	Q
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	F

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

3. Construa a tabela verdade para a fórmula $(P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)$.

P	Q	P	\vee	Q	\wedge	\neg	P	\wedge	Q
V	V	V		V			V		V
V	F	V		F			V		F
F	V	F		V			F		V
F	F	F		F			F		F

P	Q	P	\vee	Q	\wedge	\neg	P	\wedge	Q
V	V	V		V			V		V
V	F	V		F			V		F
F	V	F		V			F		V
F	F	F		F			F		F

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

3. Construa a tabela verdade para a fórmula $(P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)$.

P	Q	P	\vee	Q	\wedge	\neg	P	\wedge	Q
V	V	V	V	V		F	V	V	V
V	F	V	V	F		V	V	F	F
F	V	F	V	V		V	F	F	V
F	F	F	F	F		V	F	F	F

P	Q	P	\vee	Q	\wedge	\neg	P	\wedge	Q
V	V	V	V	V	F	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	V	F	F	V
F	F	F	F	F	F	V	F	F	F

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

4. Construa a tabela verdade para a fórmula $P \vee \neg P$.

P	P	\vee	$\neg P$
V	V		F
F	F		V

P	P	\vee	$\neg P$
V	V	V	F
F	F	V	V

Uma fórmula que assume sempre o valor lógico V, como no exemplo 4, é denominada uma *tautologia*.

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

5. Construa a tabela verdade para a fórmula $\mathbf{P} \wedge \neg\mathbf{P}$.

\mathbf{P}	\mathbf{P}	\wedge	$\neg\mathbf{P}$
V	V		F
F	F		V

\mathbf{P}	\mathbf{P}	\wedge	$\neg\mathbf{P}$
V	V	F	F
F	F	F	V

Uma fórmula que assume sempre o valor lógico F, como no exemplo 5, é denominada uma *contradição*.

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

Equivalência

Dizemos que duas fórmulas P e Q são equivalentes se a fórmula $P \leftrightarrow Q$ é uma tautologia.

Denotamos essa propriedade por

$$P \leftrightarrow Q$$

A seguir, exemplos de algumas equivalências tautológicas importantes, onde 1 representa uma tautologia e 0 representa uma contradição:

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

Equivalência

- Comutatividade: $A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$
- Associatividade: $(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$
- Distributividade: $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
- Elemento Neutro: $A \vee 0 \Leftrightarrow A$
- Complementares: $A \vee \neg A \Leftrightarrow 1$
- DeMorgan: $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

Equivalência

- Comutatividade: $A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$
- Associatividade: $(A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$
- Distributividade: $A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- Elemento Neutro: $A \wedge 1 \Leftrightarrow A$
- Complementares: $A \wedge \neg A \Leftrightarrow 0$
- DeMorgan: $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

2. Construa a tabela-verdade para a Comutatividade:

$$A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$$

A	B	A	\vee	B	\Leftrightarrow	B	\vee	A
V	V	V		V		V		V
V	F	V		F		F		V
F	V	F		V		V		F
F	F	F		F		F		F

A	B	A	\vee	B	\Leftrightarrow	B	\vee	A
V	V	V	V	V		V		V
V	F	V	V	F		F		V
F	V	F	V	V		V		F
F	F	F	F	F		F		F

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

2. Construa a tabela-verdade para a Comutatividade:

$$A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$$

A	B	A	\vee	B	\Leftrightarrow	B	\vee	A
V	V	V	V	V		V	V	V
V	F	V	V	F		F	V	V
F	V	F	V	V		V	V	F
F	F	F	F	F		F	F	F

A	B	A	\vee	B	\Leftrightarrow	B	\vee	A
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	F
F	F	F	F	F	V	F	F	F

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

2. Construa a tabela-verdade para a Associatividade:

$$(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$$

A	B	C	A	\vee	B	\vee	C	\Leftrightarrow	A	\vee	B	\vee	C
V	V	V	V		V		V		V		V		V
V	V	F	V		V		F		V		V		F
V	F	V	V		F		V		V		F		V
V	F	F	V		F		F		V		F		F
F	V	V	F		V		V		F		V		V
F	V	F	F		V		F		F		V		F
F	F	V	F		F		V		F		F		V
F	F	F	F		F		F		F		F		F

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

2. Construa a tabela-verdade para a Associatividade:

$$(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$$

A	B	C	A	∨	B	∨	C	⇔	A	∨	B	∨	C
V	V	V	V	V	V		V		V		V	V	V
V	V	F	V	V	V		F		V		V	V	F
V	F	V	V	V	F		V		V		F	V	V
V	F	F	V	V	F		F		V		F	F	F
F	V	V	F	V	V		V		F		V	V	V
F	V	F	F	V	V		F		F		V	V	F
F	F	V	F	F	F		V		F		F	V	V
F	F	F	F	F	F		F		F		F	F	F

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

2. Construa a tabela-verdade para a Associatividade:

$$(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$$

A	B	C	A	\vee	B	\vee	C	\Leftrightarrow	A	\vee	B	\vee	C
V	V	V	V	V	V	V	V		V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	F		V	V	V	V	F
V	F	V	V	V	F	V	V		V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V	F		V	V	F	F	F
F	V	V	F	V	V	V	V		F	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V	F		F	V	V	V	F
F	F	V	F	F	F	V	V		F	V	F	V	V
F	F	F	F	F	F	F	F		F	F	F	F	F

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

2. Construa a tabela-verdade para a Associatividade:

$$(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$$

A	B	C	A	\vee	B	\vee	C	\Leftrightarrow	A	\vee	B	\vee	C
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	F	V	V	V	V	V	F
V	F	V	V	V	F	V	V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V	F	V	V	V	F	F	F
F	V	V	F	V	V	V	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V	F	V	F	V	V	V	F
F	F	V	F	F	F	V	V	V	F	V	F	V	V
F	F	F	F	F	F	F	F	V	F	F	F	F	F

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

2. Construa a tabela-verdade para

$$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$$

P	Q	P	\rightarrow	Q	\Leftrightarrow	\neg	P	\wedge	\neg	Q
V	V	V		V			V			V
V	F	V		F			V			F
F	V	F		V			F			V
F	F	F		F			F			F

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

2. Construa a tabela-verdade para

$$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$$

P	Q	P	\rightarrow	Q	\Leftrightarrow	\neg	P	\wedge	\neg	Q
V	V	V	V	V			V		F	V
V	F	V	F	F			V		V	F
F	V	F	V	V			F		F	V
F	F	F	V	F			F		V	F

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

2. Construa a tabela-verdade para

$$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$$

P	Q	P	\rightarrow	Q	\Leftrightarrow	\neg	P	\wedge	\neg	Q
V	V	V	V	V			V	F	F	V
V	F	V	F	F			V	V	V	F
F	V	F	V	V			F	F	F	V
F	F	F	V	F			F	F	V	F

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

2. Construa a tabela-verdade para

$$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$$

P	Q	P	\rightarrow	Q	\Leftrightarrow	\neg	P	\wedge	\neg	Q
V	V	V	V	V		V	V	F	F	V
V	F	V	F	F		F	V	V	V	F
F	V	F	V	V		V	F	F	F	V
F	F	F	V	F		V	F	F	V	F

Matemática I

Tautologia. Contradição. Equivalência

2. Construa a tabela-verdade para

$$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$$

P	Q	P	\rightarrow	Q	\Leftrightarrow	\neg	P	\wedge	\neg	Q
V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	V	V	V	F
F	V	F	V	V	V	V	F	F	F	V
F	F	F	V	F	V	V	F	F	V	F

Em seu benefício

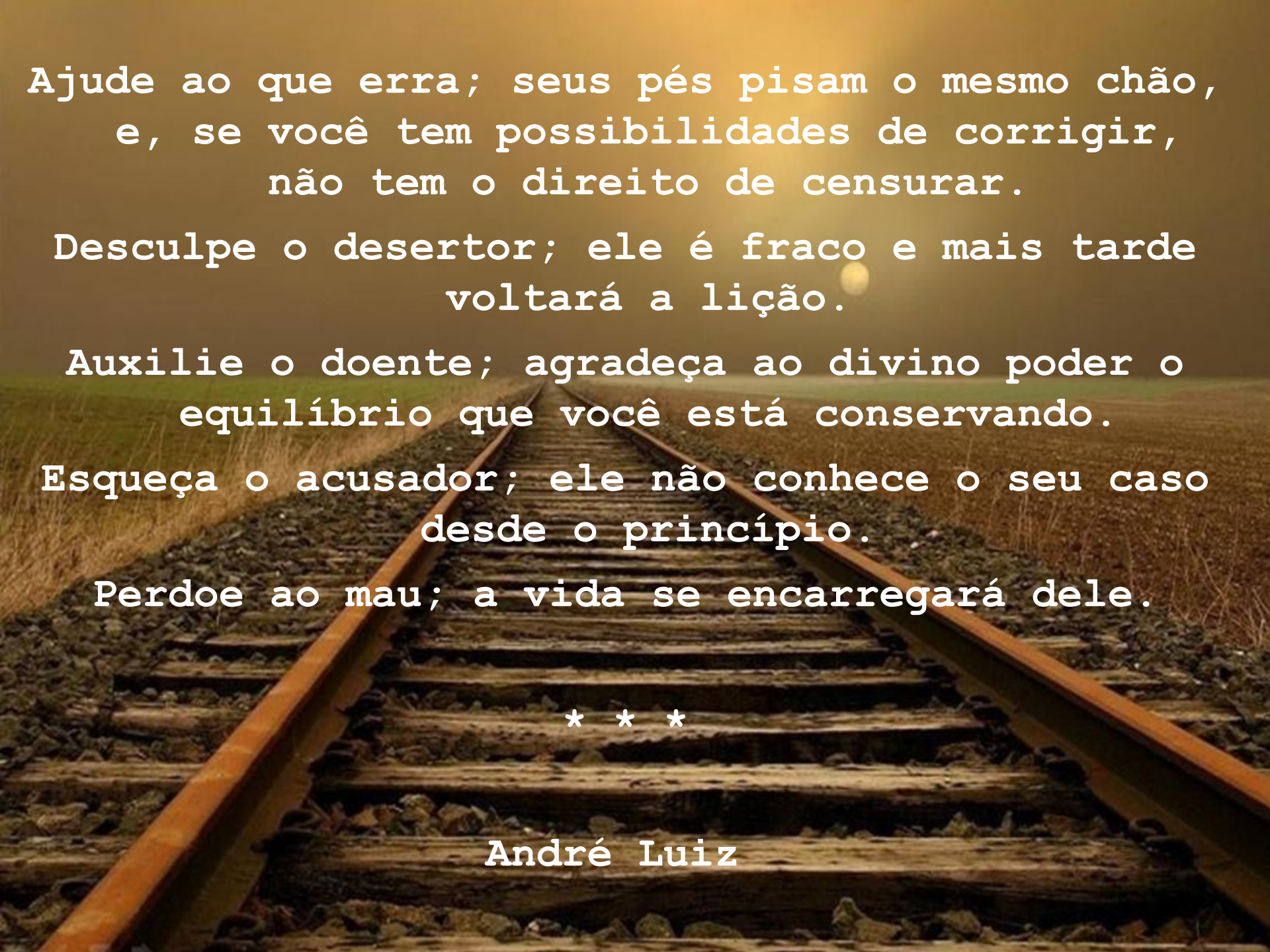
Não se agaste com o ignorante; certamente, não dispõe ele das oportunidades que iluminaram seu caminho.

Evite aborrecimento com as pessoas fanatizadas; permanecem no cárcere do exclusivismo e merecem compaixão como qualquer prisioneiro.

Não se perturbe com o malcriado; o irmão intratável tem, na maioria das vezes, o fígado estragado e os nervos doentes.

Ampare o companheiro inseguro; talvez não possua o necessário, quando você detém excessos.

Não se zangue com o ingrato; provavelmente, é desorientado ou inexperiente.



Ajude ao que erra; seus pés pisam o mesmo chão,
e, se você tem possibilidades de corrigir,
não tem o direito de censurar.

Desculpe o desertor; ele é fraco e mais tarde
voltará a lição.

Auxilie o doente; agradeça ao divino poder o
equilíbrio que você está conservando.

Esqueça o acusador; ele não conhece o seu caso
desde o princípio.

Perdoe ao mau; a vida se encarregará dele.

* * *

André Luiz