# Matemática I

Bacharelado em Sistemas de Informação

Período 2011.1

Prof. da Disciplina
Luiz Gonzaga Damasceno, M. Sc

# Matemática I

**Módulo III -** Funções do segundo grau

Chama-se função quadrática, qualquer função f de R em R, definida pela lei de formação

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c,$$

onde a, b, c são números reais com $a \neq 0$.

Aplicações:

Movimento uniformemente variado (Física);

lançamento oblíquo (Física);

processo de fotossíntese das plantas (Biologia);

as funções de custo, receita e lucro (Adm e Cont);

nas diversas construções (Eng. Civil).

# Matemática I

**Módulo III -** Funções do segundo grau

Exemplos:

1) $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$; $a = 3$, $b = -4$, $c = 1$

2) $f(x) = x^2 - 4x$; $a = 1$, $b = -4$, $c = 0$

3) $f(x) = x^2 - 1$; $a = 1$, $b = 0$, $c = -1$

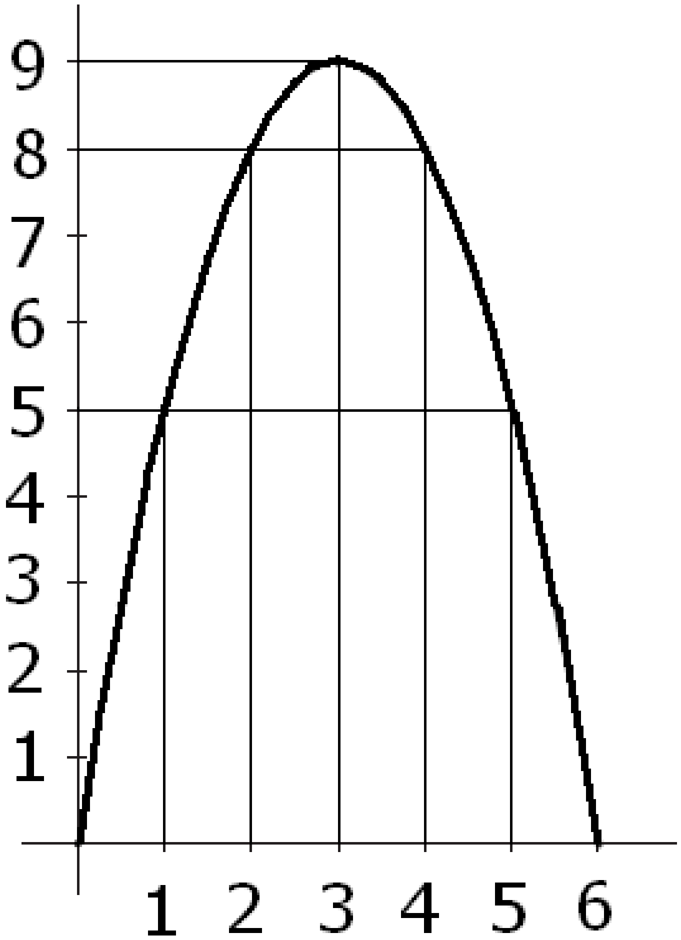
4) $f(x) = x^2 + 4x + 4$; $a = 1$, $b = 4$, $c = 4$

# Matemática I

**Módulo III -** Funções do segundo grau. Gráfico

$$y = -x^2 + 6x$$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 5 |
| 2 | 8 |
| 3 | 9 |
| 4 | 8 |
| 5 | 5 |
| 6 | 0 |

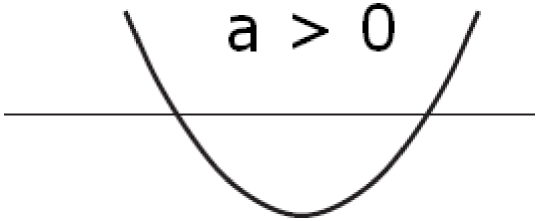


# Matemática I

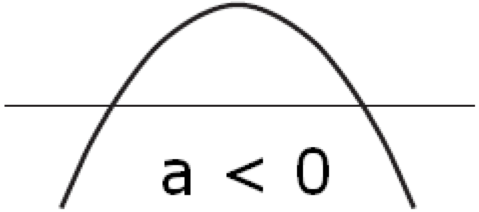
**Módulo III -** Funções do segundo grau. Concavidade

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

Se a > 0, a concavidade estará voltada para cima:




Se a < 0, a concavidade estará voltada para baixo:



# Matemática I

**Módulo III –** Zeros de uma função do segundo grau.

Os zeros de uma função são os valores de x para os quais a função se anula ( $f(x) = 0$ ).

Exemplo: $y = x^2 - 4$

$x^2 - 4 = 0$

$(x - 2)(x + 2) = 0$

$x - 2 = 0$ ou $x + 2 = 0$

$x = 2$ ou $x = -2$

# Matemática I

**Módulo III –** Zeros de uma função do segundo grau.

Os zeros de uma função são os valores de x para os quais a função se anula ( $f(x) = 0$ ).

Exemplo: $y = x^2 + 6x$

$$x^2 + 6x = 0$$

$$x(x + 6) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x + 6 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -6$$

# Matemática I

**Módulo III –** Zeros de uma função do segundo grau.

Os zeros de uma função são os valores de x para os quais a função se anula ( $f(x) = 0$ ).

Exemplo: $y = x^2 - 6x + 9$

$x^2 - 6x + 9 = 0$

$(x - 3)(x - 3) = 0$

$x - 3 = 0$ ou $x - 3 = 0$

$x = 3$ ou $x = 3$

# Matemática I

**Módulo III –** Zeros de uma função do segundo grau.

Os zeros de uma função são os valores de x para os quais a função se anula ( $f(x) = 0$ ).

Exemplo:

$$y = x^2 - 6x + 8$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 2)(x - 4) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 4 = 0$$

$$x = 2 \quad \text{ou} \quad x = 4$$

# Matemática I

**Módulo III –** Zeros de uma função do segundo grau.

Os zeros de uma função são os valores de x para os quais a função se anula ( $f(x) = 0$ ).

Ex.: $y = x^2 - 5x + 6$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6$

$\Delta = 25 - 24$

$\Delta = 1$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

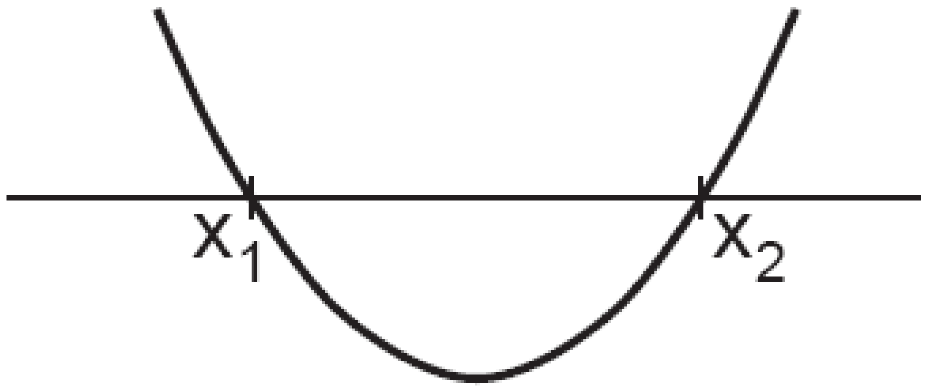
$x = 2$ ou $x = 3$

# Matemática I

**Módulo III –** Zeros de uma função do segundo grau.

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$ $\qquad f(x) = 0$

$\Delta > 0$ $\qquad$ A equação tem duas raízes diferentes. A parábola corta o eixo dos x em dois pontos distintos.

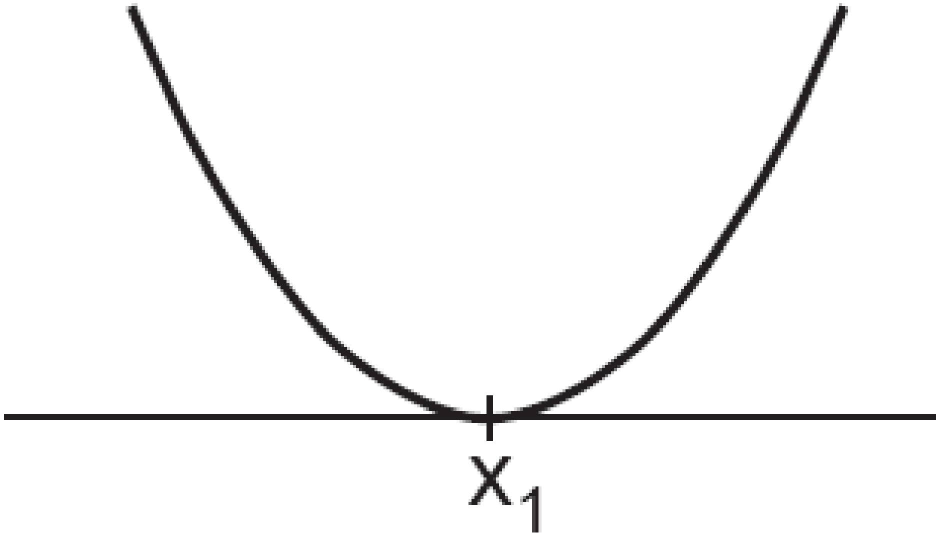


# Matemática I

**Módulo III –** Zeros de uma função do segundo grau.

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$ $\qquad$ $f(x) = 0$

$\Delta = 0$ $\qquad$ A equação tem duas raízes iguais. A parábola corta o eixo dos x em dois pontos iguais.



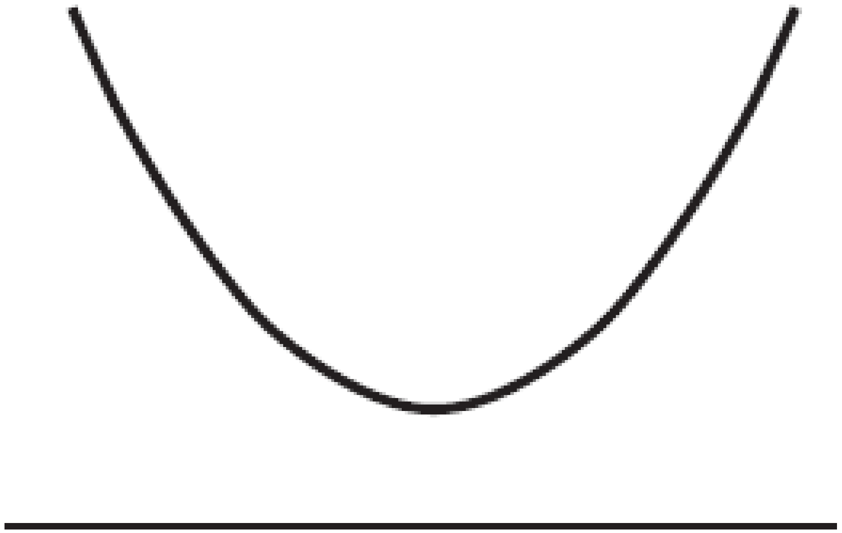
# Matemática I

**Módulo III –** Zeros de uma função do segundo grau.

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$ $\qquad f(x) = 0$

$\Delta < 0$ A equação não possui raízes.

A parábola não corta o eixo dos x.

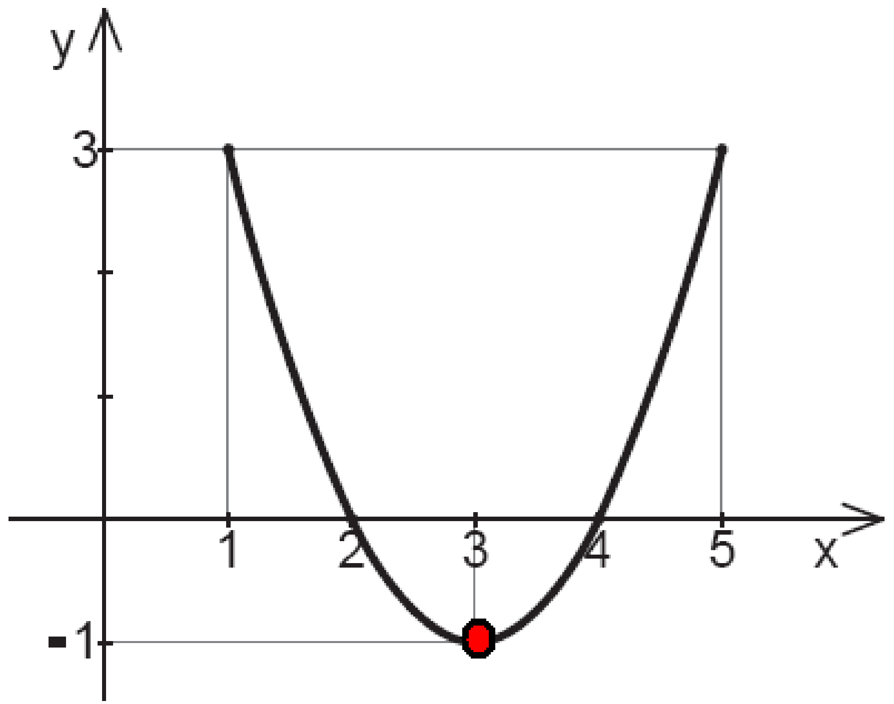


# Matemática I

## **Módulo III –** O vértice de uma função do segundo grau.

$y = f(x) = x^2 - 6x + 8$ $\qquad$ $x_1 = 2x_2 = 4$

| | x | y |
|---|---|---|
| | 1 | 3 |
| $x_1 = 2$ | 2 | 0 |
| $\dfrac{x_1 + x_2}{2} = 3$ | 3 | $-1$ |
| $x_2 = 4$ | 4 | 0 |
| | 5 | 3 |



# Matemática I

**Módulo III –** O vértice de uma função do segundo grau.

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$

$$x_v = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

$$x_v = \frac{1}{2}\left(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)$$

$$x_v = \frac{1}{2}\left(\frac{-2b}{2a}\right)$$

$$\boxed{x_v = \frac{-b}{2a}}$$

# Matemática I

**Módulo III –** O vértice de uma função do segundo grau.

Exemplo: Considere a função y = x² - 4x + 5. como a = 1, ela tem concavidade voltada para cima.

Para fazer um esboço de seu gráfico, determinamos seu vértice.

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_v = 2^2 - 4 \times 2 + 5$$

$$y_v = 4 - 8 + 5 \qquad \boxed{y_v = 1}$$

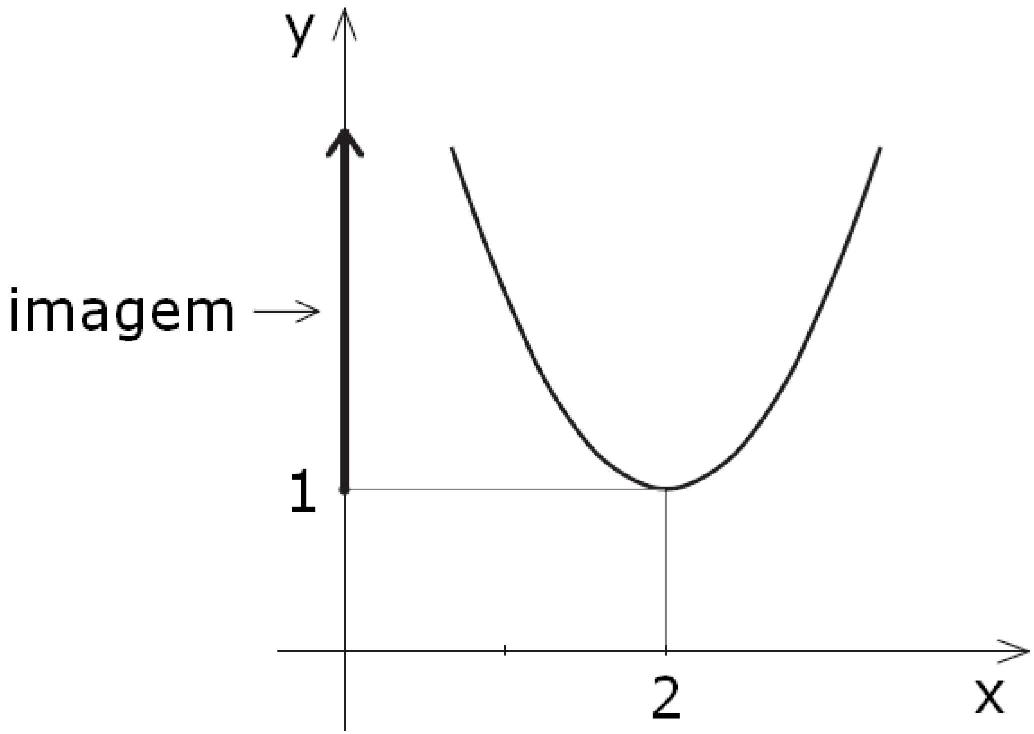
# Matemática I

**Módulo III –** O vértice de uma função do segundo grau.

Portanto, o vértice é o ponto (2, 1) e, como a concavidade está voltada para cima, o gráfico tem esta forma:

A imagem da função é então o conjunto dos valores de y tais que y >= 1.

$Im(f) = \{y \in R \mid y >= 1\}$



# Matemática I

**Módulo III –**Função do segundo grau.

Exercícios: Faça o gráfico das funções determinando, se possível, as raízes e o vértice da parábola.

$$(1) \quad y = x^2 - 6x + 7$$

$$(2) \quad y = x^2 - 4x + 5$$

$$(3) \quad y = -x^2 + 6x - 5$$

$$(4) \quad y = x^2 + 2$$

# Matemática I

**Módulo III –**Função do segundo grau. Máximos e mínimos

$$y = ax^2 + bx + c$$

Quando o coeficiente a é positivo, a parábola tem a concavidade voltada para cima. Existe, portanto, um valor mínimo dessa função.

O ponto mais baixo do gráfico é o vértice.

Quando o coeficiente a é negativo, a parábola tem a concavidade voltada para baixo. Existe, portanto, um valor máximo dessa função.

O ponto mais alto do gráfico é o vértice.

Usa da tua fé quando as cores do teu arco-íris parecerem desmoronar do teu céu.
Usa da tua alegria, da tua consciência divina, quando a tristeza invadir teu coração e dele fizer a sua morada.
Usa da tua intuição quando não souberes a direção a ser tomada.
Não te abandones em lugares onde a luz da tua harmonia não esteja presente.
Para aqueles que prosseguem, mesmo sem poder contar com qualquer tipo de ajuda, é dado o discernimento para escolher, é dado um coração aberto para aceitar e aprender, é dado luz para que nada obscureça frente à visão interior e uma grande proteção Daquele que te assegura ser necessário coragem e confiança para desintegrar ilusões que impedem de viver, viver plenamente (Dalai Lama).

# Matemática I

**Módulo III** –Máximos e mínimos

Problema: Os técnicos de uma fábrica de automóveis fizeram diversos testes com um de seus carros populares para examinar o consumo de gasolina. O carro percorria 100 km em uma estrada plana, com velocidade constante. O percurso foi feito muitas vezes e, a cada vez, usou-se uma velocidade diferente. No final de cada viagem, os técnicos verificaram a quantidade de combustível gasta e observaram que o consumo não se mantinha o mesmo, pois era função da velocidade. A conclusão foi a seguinte: para velocidade entre 40 e 120 km/h, o consumo desse carro é dado por:

$$y = 0{,}005x^2 - 0{,}6x + 26$$

onde x é a velocidade em km/h e y é o número de litros de gasolina gastos para percorrer 100 km.

# Matemática I

**Módulo III –**Máximos e mínimos

Em que velocidade devemos andar com esse carro, para gastar o mínimo de combústivel?

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{0,6}{2 \times 0,005} = \frac{0,6}{0,01} = 60$$

$$y_v = 0,005 \times 60^2 - 0,6 \times 60 + 26$$

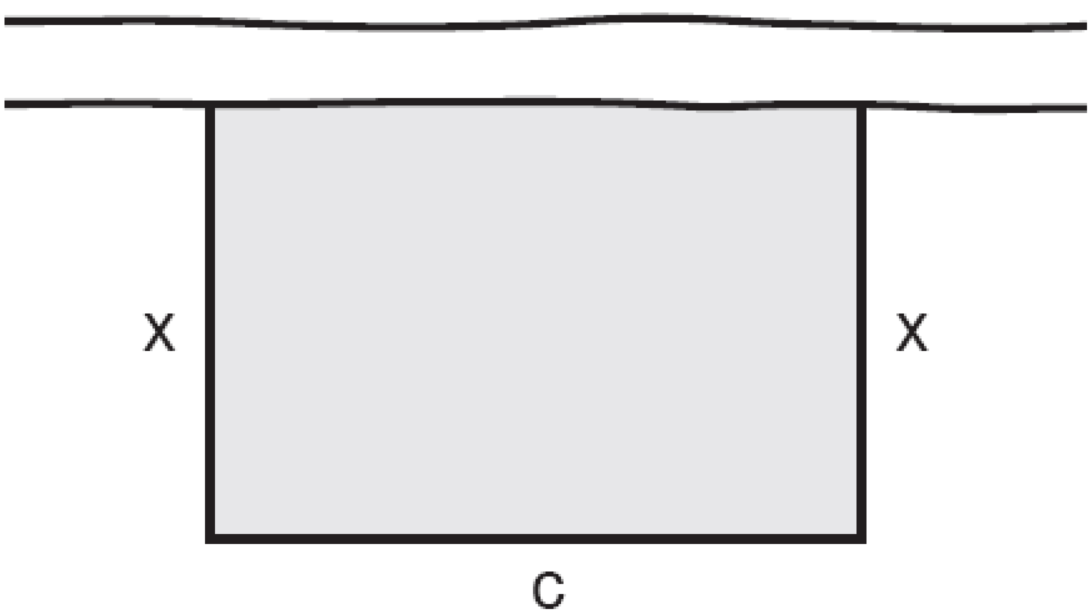
$$y_v = 0,005 \times 3600 - 36 + 26$$

$$y_v = 18 - 36 + 26 = 8$$

# Matemática I

**Módulo III** –Máximos e mínimos

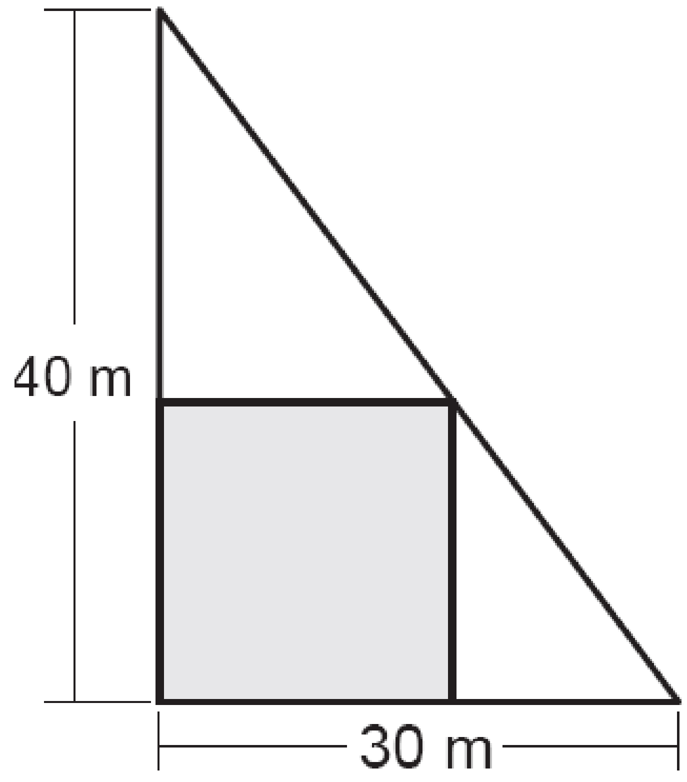
Com 80 m de corda, um fazendeiro deseja cercar uma área retangular junto a um rio para confinar alguns animais. Quais devem ser as medidas do retângulo para que a área cercada seja a maior possível?



# Matemática I

**Módulo III** –Máximos e mínimos

Desejamos construir um edifício de base retangular no interior de um terreno triangular, como mostra a figura: Determine as medidas do retângulo de maior área possível que caiba dentro de um triângulo retângulo de catetos 30 m e 40 m.

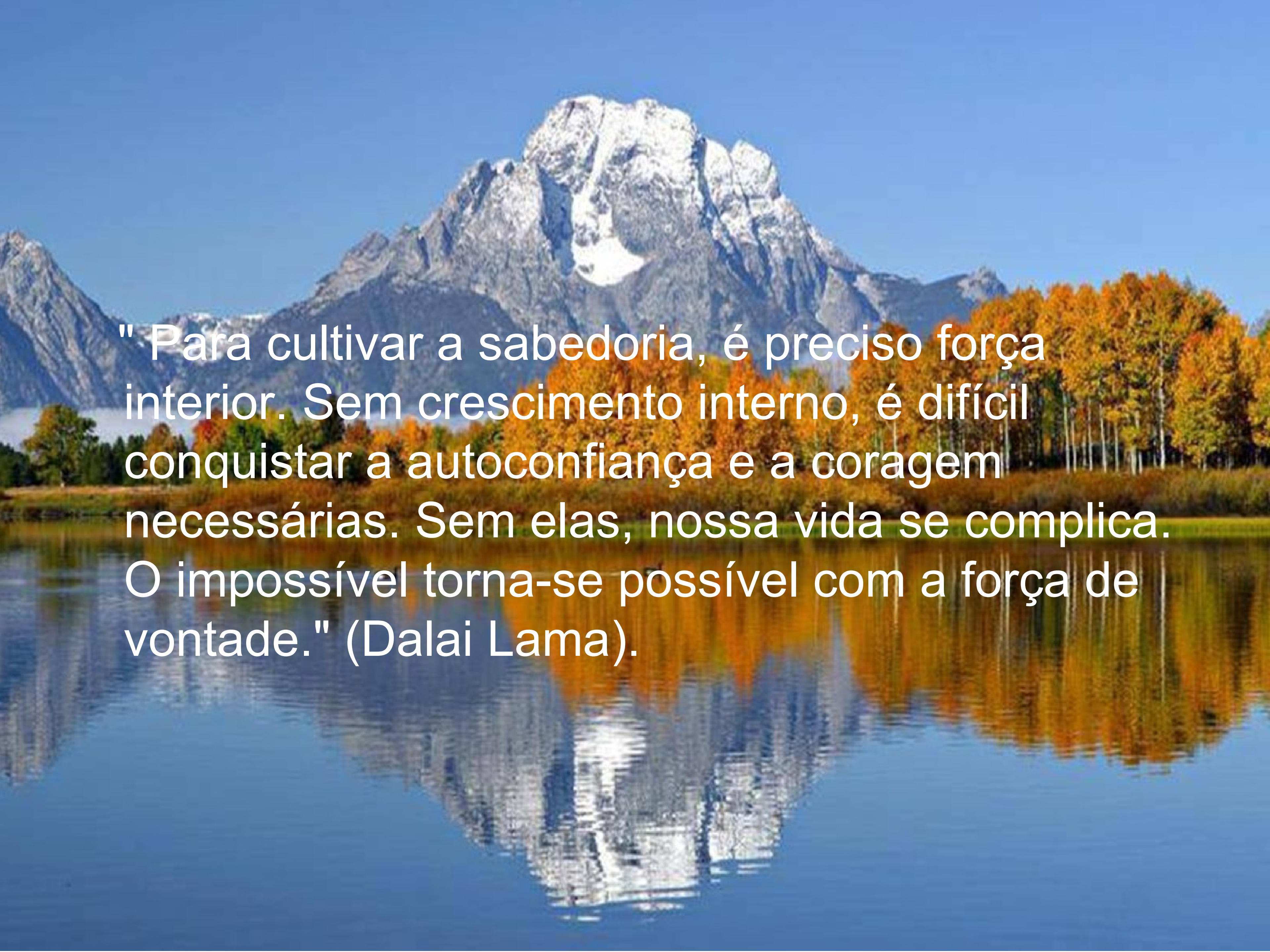


# Matemática I

**Módulo III –**Máximos e mínimos

João tem uma pequena fábrica de sorvetes. Ele vende, em média, 300 caixas de picolés por R$ 20,00 cada uma. Entretanto percebeu que, cada vez que diminuía R$ 1,00 no preço da caixa, vendia 40 caixas a mais. Quanto ele deveria cobrar pela caixa para que sua receita fosse máxima? Qual o valor máximo dessa receita?

| Preço | Caixas vendidas | Receita |
|---|---|---|
| 20 | 300 | 6000,00 |
| 19 | 340 | 6460,00 |
| 18 | 380 | |
| 17 | 420 | |


" Para cultivar a sabedoria, é preciso força interior. Sem crescimento interno, é difícil conquistar a autoconfiança e a coragem necessárias. Sem elas, nossa vida se complica. O impossível torna-se possível com a força de vontade." (Dalai Lama).