

Fundamentos de Matemática para Computação

Tecnologia em Rede de
Computadores

Período 2012.1

Prof. da Disciplina
Luiz Gonzaga Damasceno, M. Sc

Fundamentos de Matemática para Computação

E-mails:

damasceno12@hotmail.com

damasceno12@uol.com.br

damasceno1204@yahoo.com.br

Site:

www.damasceno.info

damasceno.info

Fund. De Matemática para Comp

NUMERAÇÃO – BASES NUMÉRICAS

MUDANÇA DE BASE

Algarismo - Cada um dos símbolos utilizados para representar a escrita dos números.

- *Árabicos ou Árabes*: É a série dos números naturais que se inicia por **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...** .

- *Romanos*: Representados pelas letras **I, V, X, L, C, D, M**, que valem, respectivamente, **1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000**. Usa-se um traço acima do algarismo para multiplicá-lo por **1000**.

Fund. De Matemática para Comp

Numeral - Os numerais são palavras que indicam um número exato referente à quantidade de seres ou objetos.

Os numerais podem ser:

cardinais,
ordinais,
multiplicativos,
fracionários e
coletivos.

Fund. De Matemática para Comp

Numerais Cardinais - Os numerais cardinais são aqueles que utilizam os números naturais para a contagem de seres ou objetos

Numerais Coletivos - Os numerais coletivos são aqueles que indicam uma quantidade específica de um conjunto de seres ou objetos.

Exemplo: dúzia(s), milheiro(s), milhar(es), dezena(s), centena(s), par(es), década(s), grossa(s).

Numerais Fracionários - Os numerais fracionários são aqueles que indicam partes, frações.

Exemplo: Três quartos da superfície terrestre são cobertos de água.

Fund. De Matemática para Comp

Numerais Multiplicativos - Os numerais multiplicativos são aqueles que indicam uma quantidade equivalente a uma multiplicação.

Exemplo: uma duplicação, uma triplicação .

Exemplo: Arrecadou-se o triplo dos impostos relativos ao ano passado.

Numerais Ordinais - Os numerais ordinais são aqueles que indicam a ordenação ou a sucessão numérica de seres e objetos.

Exemplo: Recebeu o seu primeiro presente agora mesmo.

Fund. De Matemática para Comp

Número - É a palavra ou símbolo que expressa quantidade, grandeza, intensidade ou ordem.

Numeração - É o modo como empregamos um mínimo de símbolos e palavras na representação dos números.

Sistema de Numeração - É o conjunto de um mínimo de regras para indicarmos os números, ou seja, é um sistema de contagem.

Exemplo:	34509	(sistema decimal)
	101101	(sistema binário)
	107542	(sistema octal)
	AB2219	(sistema hexadecimal)

Fund. De Matemática para Comp

Princípio da Posição Decimal - Todo algarismo colocado à esquerda de outro tem um valor 10 vezes maior do que teria se estivesse no lugar desse outro.

Exemplo: $\underline{\quad}34 = 3 \times 10 + 4$

$$345 = 3 \times 100 + 4 \times 10 + 5$$

$$= 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

$$34509 = 3 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 9 \times 10^0$$

Ordens - São as unidades, dezenas, centenas, milhares, milhões, etc

Fund. De Matemática para Comp

Base de um sistema de numeração - É o conjunto de nomes ou símbolos necessários para representarmos qualquer número.

Base 2 - É de base 2. Chamamos de **Sistema Binário** e empregamos a contagem de 2 em 2, utilizando somente os algarismos: **0** e **1**.

Observação: Os computadores empregam o sistema binário.

- 1** - passagem de corrente elétrica
circuito fechado
lâmpada acesa
- 0** - não passagem de corrente elétrica
circuito aberto
lâmpada apagada

Fund. De Matemática para Comp

Exemplo:

Decimal:	0,	1,	2,	3,	4,	5,
Binário:	0,	1,	10,	11,	100,	101,
Decimal:	6,	7,	8,	9,	10	
Binário:	110,	111,	1000,	1001	1010	

Fund. De Matemática para Comp

Base 8 - É de base 8. Chamamos de Sistema Octal e empregamos a contagem de 8 em 8, utilizando somente os algarismos: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7.**

Exemplo:

Decimal:	0,	1,	2,	3,	4,	5,
Octal:	0,	1,	2,	3,	4,	5,
Decimal:	6,	7,	8,	9,	10	
Octal:	6,	7,	10,	12,	13	

Fund. De Matemática para Comp

Base 16 - É de base 16. Chamamos de Sistema Hexadecimal e empregamos a contagem de 16 em 16, utilizando apenas os símbolos: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.**

Exemplo:

Decimal:	0,	1,	2,	3,	4,	5,
Hexa:	0,	1,	2,	3,	4,	5,
Decimal:	6,	7,	8,	9,	10,	11,
Hexa:	6,	7,	8,	9,	A,	B,
Decimal:	12,	13,	14,	15,	16,	17
Hexa:	C,	D,	E,	F,	10,	11

Fund. De Matemática para Comp

Base 10 - O Sistema de Numeração Decimal é de base 10 e usa os algarismos **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.**

Exemplos:

$$34 = (34)_{10} = 3 \times 10 + 4$$

$$456 = (456)_{10} = 4 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 6 \times 10^0$$

Exemplo: 34 = $3 \times 10 + 4$

$$345 = 3 \times 100 + 4 \times 10 + 5$$

$$= 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

$$34509 = 3 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 9 \times 10^0$$

Fund. De Matemática para Comp

Valores numéricos representados em algumas bases

10 (Decimal)	2 (Binário)	8 (Octal)	16 (Hexadecimal)
0	0	0	0
3	11	3	3
10	1010	12	A
15	1111	17	F
301	100101101	455	12D
1379	10101100011	2543	563
42685	1010011010111101	123275	A6BD

Fund. De Matemática para Comp

Conversão entre bases - A conversão entre bases pode ser realizada por meio de divisões sucessivas ou por reagrupamento.

Divisões sucessivas: Converter 745 na base 10 para a base 4.

$$745 / 4 = 186 \text{ e resto } \underline{1}$$

$$186 / 4 = 46 \text{ e resto } \underline{2}$$

$$46 / 4 = 11 \text{ e resto } \underline{2}$$

$$11 / 4 = 2 \text{ e resto } \underline{3}$$

$$2 / 4 = 0 \text{ e resto } 2$$

$$\underline{(745)}_{10} = (23221)_4$$

Fund. De Matemática para Comp

Exemplo: Converter $(4C)_{18}$ para a base 7.

Primeiro precisamos convertê-lo para a base 10.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D

$$(4C)_{18} = 4 \times 18^1 + 12 \times 18^0 = 4 \times 18 + 12 = 72 + 12 = (84)_{10}$$

$$84 / 7 = 12 \quad \text{resto } 0$$

$$12 / 7 = 1 \quad \text{resto } 5$$

$$1 / 7 = 0 \quad \text{resto } 1$$

$$(4C)_{18} = (84)_{10} = (150)_7$$

Fund. De Matemática para Comp

Exemplo: converter $(652)_8$ para a base 3.

$$(652)_8 = 6 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 2 \times 8^0 = 384 + 40 + 2 = (426)_{10}$$

$$426 / 3 = 142 \quad \text{resto} \quad 0$$

$$142 / 3 = 47 \quad \text{resto} \quad 1$$

$$47 / 3 = 15 \quad \text{resto} \quad 2$$

$$15 / 3 = 5 \quad \text{resto} \quad 0$$

$$5 / 3 = 1 \quad \text{resto} \quad 2$$

$$1 / 3 = 0 \quad \text{resto} \quad 1$$

$$\text{Assim: } (652)_8 = (426)_{10} = (120210)_3$$

Fund. De Matemática para Comp

Reagrupamento

Quando as bases envolvidas são da mesma base logarítmica então a conversão pode ser facilmente feita por simples reagrupamentos dos algarismos e uso de pequenas tabelas de conversão. Por exemplo, entre as bases 16 e 8 ou entre 2 e 16 ou ainda entre as bases 27 e 9.

Na prática é muito usada a conversão entre as bases 2, 8 e 16. Segue uma tabela básica para estas conversões:

Tabela de conversão de bases de origem binária

Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Binário	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Octal	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
Hexadecimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

Fund. De Matemática para Comp

Exemplo: Convertendo $(111010110)_2$ para a base 16:

Pela tabela vemos que para cada algarismo em hexadecimal são necessários 4 algarismos para realizar sua representação em binário. Então o primeiro passo é separar o valor em base 2 em blocos de 4 algarismos:

$$(111010110)_2 = 1.1101.0110$$

Depois, consultando a tabela convertemos o valor de cada bloco para seu equivalente hexadecimal, assim teremos:

$$(111010110)_2 = (1D6)_{16}$$

Fund. De Matemática para Comp

Exemplo: Convertendo $(111010110)_2$ para base 8:

Pela tabela vemos que para cada algarismo em octal são necessários 3 algarismos para realizar sua representação em binário. Então devemos separar o valor em base 2 em blocos de 3 algarismos:

$$(111010110)_2 = 111.010.110$$

Depois, consultando convertamos o valor de cada bloco para seu equivalente octal, assim teremos:

$$(111010110)_2 = (7.2.6)_8 = (726)_8$$

Fund. De Matemática para Comp

Exemplo: Convertendo $(3A8)_{16}$ para a base octal:

Primeiro convertemos para os blocos binários equivalentes com 4 dígitos:

$$(3A8)_{16} = (3.A.8)_{16} = (0011.1010.1000)_2 = (1110101000)_2$$

Agora reagrupamos em blocos de 3 dígitos:

$$(1110101000)_2 = (1.110.101.000)_2 = (1.6.5.0)_8$$

$$\text{Assim: } (3A8)_{16} = (1650)_8$$

Fund. De Matemática para Comp

O sistema binário é largamente utilizado nos computadores pois requer somente dois dígitos distintos, 0 e 1 , que são representados nos circuitos digitais pela ausência ou a presença de uma corrente elétrica.

Exemplo: representação no sistema binário:

$$(1101,01)_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

$$(1111,1111)_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

Fund. De Matemática para Comp

Conversão entre bases por expansão polinomial

Exemplo: Converter $(234)_8$ para a base 10

$$\begin{aligned}(234)_8 &= 2 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 4 \times 8^0 \\ &= 2 \times 64 + 3 \times 8 + 4 \\ &= 128 + 24 + 4 \\ &= 156\end{aligned}$$

Fund. De Matemática para Comp

Conversão entre bases por expansão polinomial

Exemplo: Converter $(1101.01)_2$ para a base 10

$$\begin{aligned}(1101,01)_2 &= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\ &= 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 2 + \underline{0 \times 0,5} + 1 \times 0,25 \\ &= 8 + 4 + 0 + 2 + 0 + 0,25 \\ &= 14,25\end{aligned}$$

Fund. De Matemática para Comp

Conversão entre bases por expansão polinomial

Exemplo: Converter $(13,25)_{10}$ para a base 2

$$2^3 = 8$$

$$2^{-1} = 0,5$$

$$2^2 = 4$$

$$2^{-2} = 0,25$$

$$2^1 = 2$$

$$2^{-3} = 0,125$$

$$2^0 = 1$$

$$2^{-4} = 0,0625$$

$$\begin{aligned}(13,25)_{10} &= 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 + \underline{0 \times 0,5} + 1 \times 0,25 \\ &= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\ &= (1101,01)\end{aligned}$$

Fund. De Matemática para Comp

O que destrói a humanidade: A Política, sem princípios; o Prazer, sem compromisso; a Riqueza, sem trabalho; a Sabedoria, sem caráter; os negócios, sem moral; a Ciência, sem humanidade; a Oração, sem caridade.
(Mahatma Gandhi)

Olho por olho e o mundo acabará cego. (Mahatma Gandhi)

Aprenda como se você fosse viver para sempre.
Viva como se você fosse morrer amanhã.
(Mahatma Gandhi)