Matemática I

Bacharelado em Sistemas de Informação

Período 2011.1

Prof. da Disciplina
Luiz Gonzaga Damasceno, M. Sc

Matemática I

E-mails:

damasceno12@hotmail.com
damasceno12@uol.com.br
damasceno1204@yahoo.com.br

Site:

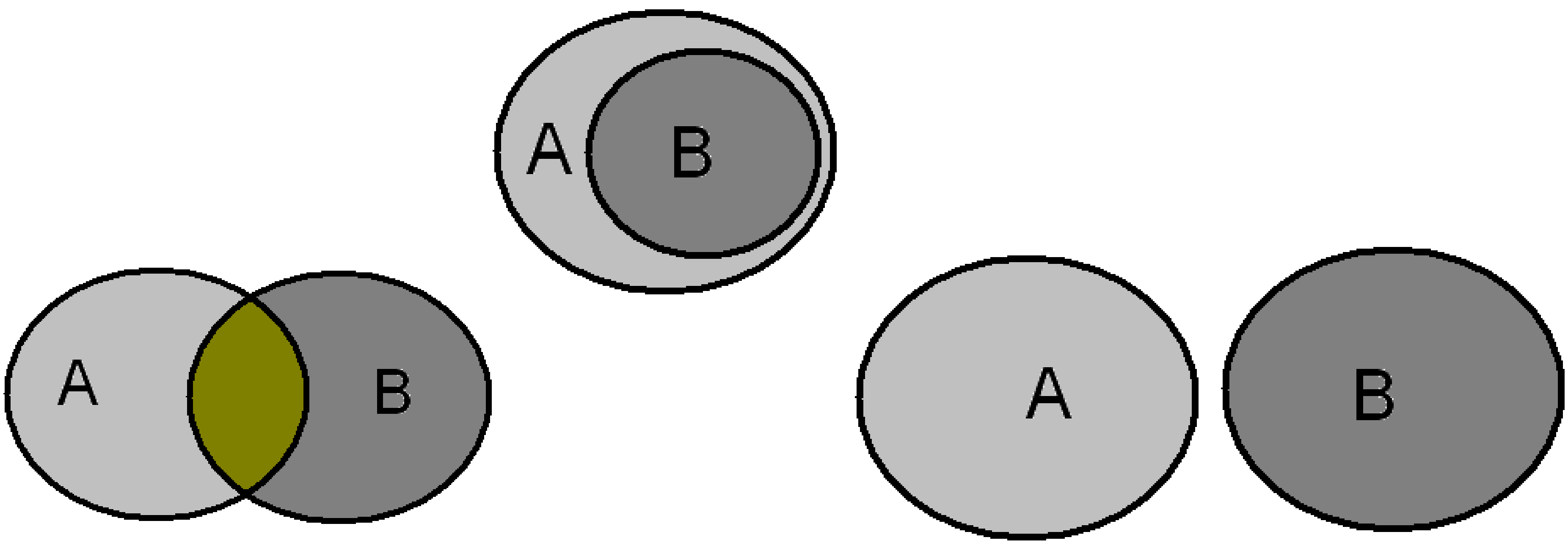
www.damasceno.info
damasceno.info

Matemática I

Módulo I – União de Subconjuntos

O conjunto P é a união dos conjuntos A e B, se todos os elementos de A e B, e apenas estes, estão em P.

$$P = A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ ou } x \in B \}$$



Matemática I

Módulo I – União de Subconjuntos

Dados os conjuntos

$A = \{a, b, c\}$ e

$B = \{a, c, d\}$, temos que

$A \cup B = \{a, b, c, d\}$

Dados os conjuntos

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ e

$B = \{6, 12\}$, temos que

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

Módulo I – União de Subconjuntos

Dados os conjuntos

$D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ e

$V = \{a, e, i, o, u\}$, temos que

$D \cup V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, e, i, o, u\}$

Dados os conjuntos

$A = \{x \in N \mid x > 2\}$ e

$B = \{ x \in N \mid x^2 = x\}$, temos que

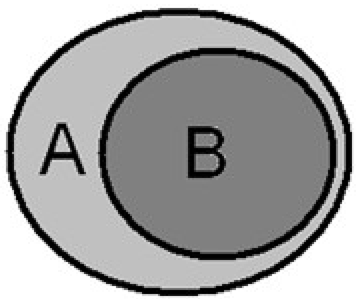
$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...\}$

Matemática I

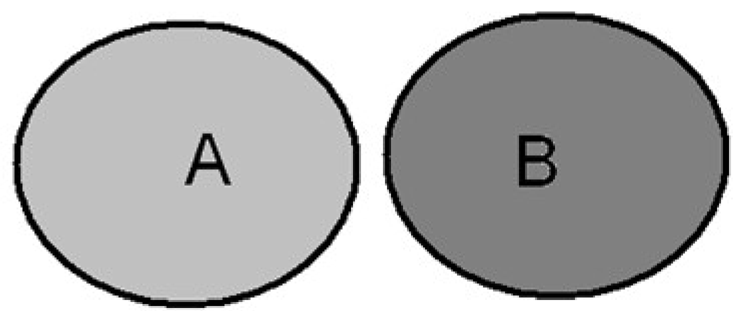
Módulo I – Interseção de Subconjuntos

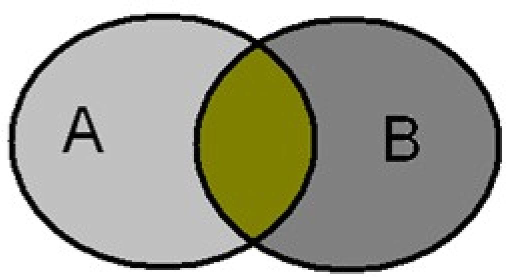
O conjunto P é a interseção dos conjuntos A e B, se ele é composto por todos os elementos comuns a A e B.

$$P = A \cap B = \{\, x \mid x \in A \text{ e } x \in B \,\}$$



$A \cap B = B$





$A \cap B = \Phi$

Matemática I

Módulo I – Interseção de Subconjuntos

Dois conjuntos são chamados disjuntos se $A \cap B = \Phi$.

Dados os conjuntos

$A = \{a, b, c\}$ e

$B = \{a, c, d\}$, temos que

$A \cap B = \{a, c\}$

Dados os conjuntos

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ e

$B = \{6, 12\}$, temos que

$A \cap B = \{\ \} = \Phi$

Matemática I

Módulo I – Interseção de Subconjuntos

Dados os conjuntos

$D = \{\text{inteiros pares}\}$ e

$V = \{\text{inteiros ímpares}\}$, temos que

$D \cap V = \{\ \} = \Phi$

Dados os conjuntos

$A = \{x \in N \mid x > 2\}$ e

$B = \{x \in N \mid x^2 = x\}$, temos que

$A \cap B = \{\ \} = \Phi$

Matemática I

Módulo I – Propriedades

Sejam X um conjunto e A, B e C subconjuntos de X. Então temos:

(1) elementos neutros:

$A \cup \Phi = A$ e $A \cap X = A$

(2) reflexiva:

$A \cup A = A$ e $A \cap A = A$

(3) comutatividade:

$A \cup B = B \cup A$ e $A \cap B = B \cap A$

Matemática I

Módulo I –Propriedades

(4) associatividade:

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ e

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(5) distributividade:

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ e

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Matemática I

Módulo I – Conjunto Diferença de Subconjuntos

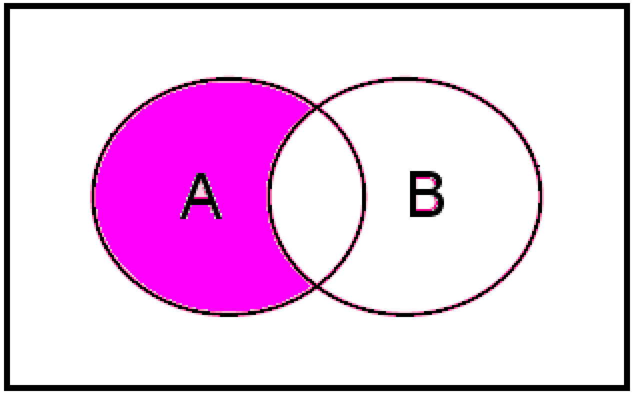
A - B é o conjunto diferença de A e B, se é composto dos elementos de A que não são elementos de B.

B - A é o conjunto diferença de B e A, se é composto dos elementos de B que não são elementos de A.

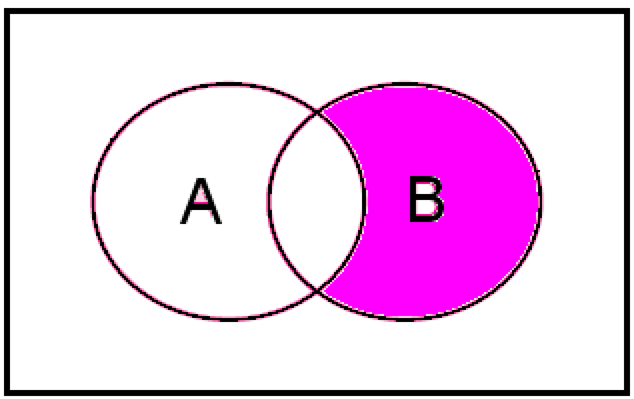
$$A - B = \{ x \mid x \in A \text{ e } x \notin B \}$$

$$B - A = \{ x \mid x \in B \text{ e } x \notin A \}$$

Módulo I – Conjunto Diferença de Subconjuntos



$$A - B = \{ x \mid x \in A \text{ e } x \notin B \}$$



$$B - A = \{ x \mid x \in B \text{ e } x \notin A \}$$

Matemática I

Módulo I – Conjunto Diferença de Subconjuntos

Exemplo

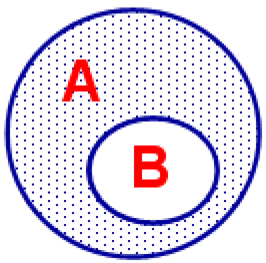
1. Se $A = \{a, b, c\}$ e $B = \{a, c, d\}$ então
$$A - B = \{b\}.$$

2. $\{\text{inteiros pares}\} - \{\text{inteiros ímpares}\}$
$$= \{\text{inteiros pares}\}.$$

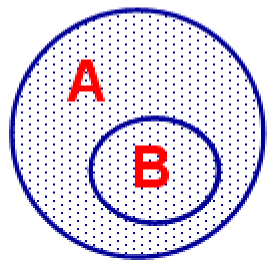
3. Para qualquer conjunto A, vale $A - A = \emptyset$,
$$A - \emptyset = A \ .$$

Matemática I

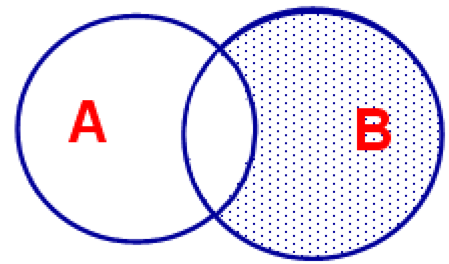
Módulo I – Conjunto Diferença de Subconjuntos



A – B



B – A= $\varnothing$



B – A

Dados os conjuntos $A = \{ x \in N^* \mid x \text{ é ímpar} \}$,

$B = \{ x \in N^* \mid x \text{ é par} \}$ e

$C = \{ x \in N^* \mid x \text{ é múltiplo de } 3 \}$,

determine:

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $B \cap C$ d) $B - C$ e) $C - B$

Matemática I

Módulo I – Conjunto Diferença de Subconjuntos

$A \cup B = \{ 1, 3, 5, 7, 9, \ldots \} \cup \{ 2, 4, 6, 8, 10, \ldots\} =$
$= \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots \}$

$A \cap B = \{ \} = \Phi$

$B \cap C = \{ 2, 4, 6, 8, 10, \ldots\} \cap \{ 3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\} =$
$= \{ 6, 12, 18, 24, 30, \ldots \}$

$B - C = \{ 2, 4, 6, 8, 10, \ldots\} - \{ 3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\} =$
$= \{ 2, 4, 8, 10, 14, 16, 20, 22, 26, \ldots \}$

$C - B = \{ 3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\} - \{ 2, 4, 6, 8, 10, \ldots\} =$
$= \{ 3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, \ldots \}$

Matemática I

Módulo I – Conjunto Universo (U)

É um conjunto que contém todos os elementos de uma família de subconjuntos.

Conjunto complementar

Se U é o conjunto universo e A é subconjunto de U, então o complemento de *A*, que denotamos A^c, é o conjunto dos elementos de U que não estão em A, isto é

$$A^c = U - A$$

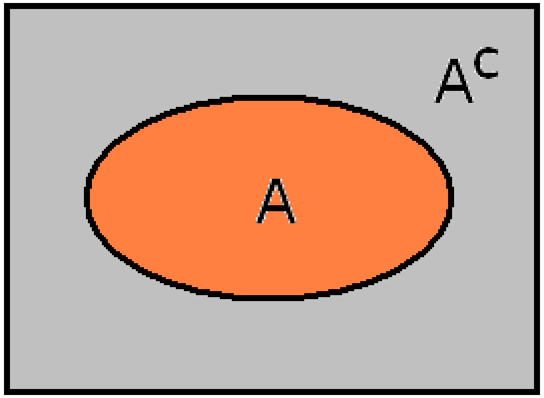
Ex.: $U = \{ a, b, c, d, e, f \}$, $A = \{ c, d, e, f \}$

$A^c = \{ a, b \}$

Matemática I

Módulo I – Propriedades

(1) $(A^c)^c = A$



(2) Se X é o conjunto universo, então

$$\Phi^c = X \quad \text{e} \quad X^c = \Phi$$

(3) Se X é o conjunto universo, então

$$A \cap A^c = \Phi \quad \text{e} \quad A \cup A^c = X$$

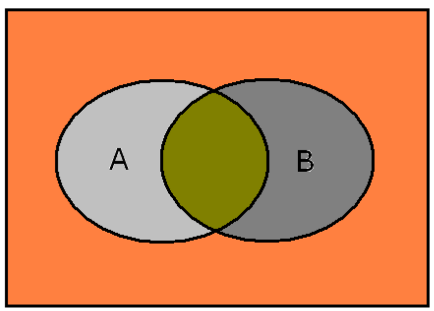
Matemática I

Módulo I – Propriedades

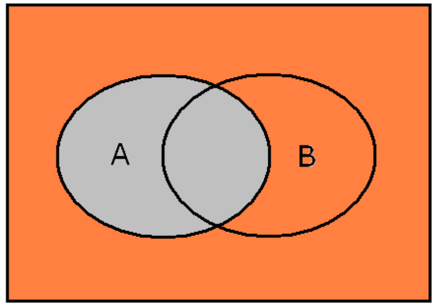
(4) $A \subset B$ se, e somente se, $B^c \subset A^c$

(5) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ e

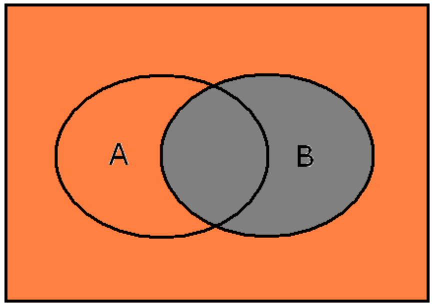
$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$



=



$\cap$



Matemática I

Módulo I – Conjunto das partes

$P(A) = \{X \mid X \subset A\}$

Exemplo: Dados os conjuntos $A = \{a\}$, $B = \{a, b\}$ e $C = \{a, b, c\}$, temos que

$P\{\Phi\} = \{\Phi\}$ $\quad n(P(A)) = 2^0 = 1$

$P(A) = \{\Phi, A\}$ $\quad n(P(A)) = 2^1 = 2$

$P(B) = \{\Phi, \{a\}, \{b\}, B\}$ $\quad n(P(A)) = 2^2 = 4$

$P(C) = \{\Phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, C\}$

$n(P(A)) = 2^3 = 8$

Matemática I

Módulo I – Conjuntos. Exemplos.

Considere o conjunto de todos os carros vendidos em uma certa concessionária. Um vendedor classificou os carros em três subconjuntos, de acordo com os opcionais de cada carro.

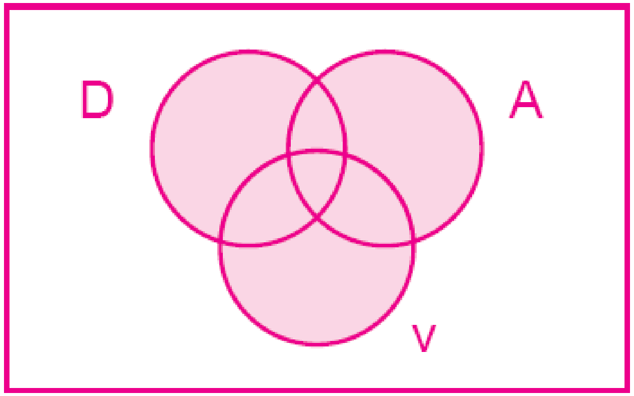
D = {carros com direção hidráulica},

A = {carros com ar-condicionado},

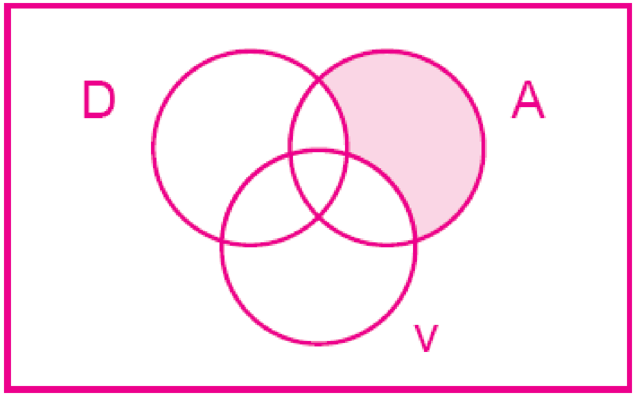
V = {carros com vidro elétrico}.

Os diagramas abaixo representam as seguintes situações:

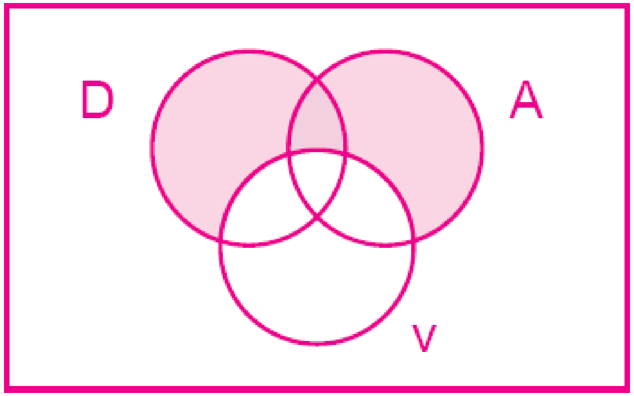
Matemática I



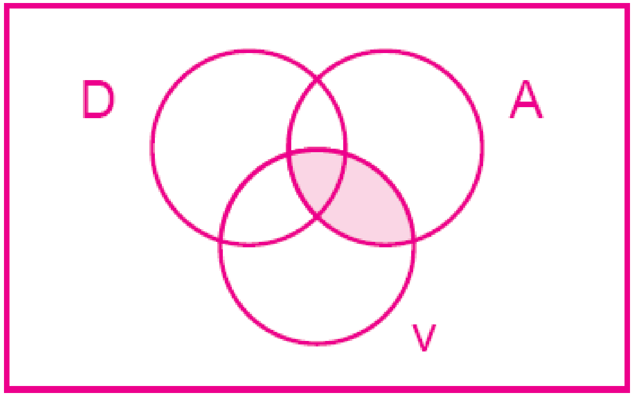
Carros com, pelo menos, alguma das três opções.



Carros com ar-condicionado, mas sem direção hidráulica e sem vidro elétrico.

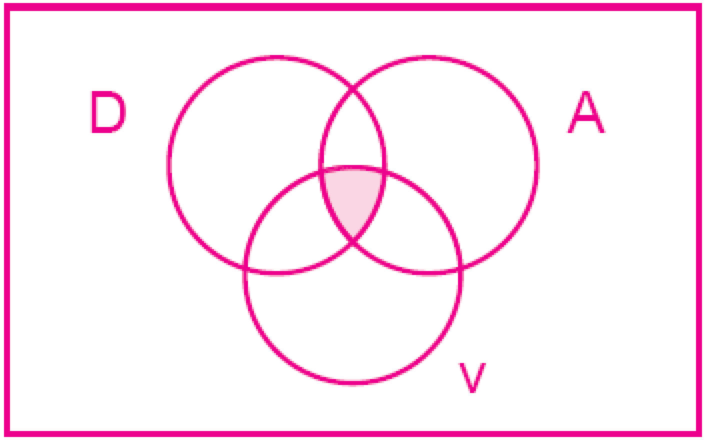


Carros com direção hidráulica ou ar-condicionado, mas sem vidro elétrico.

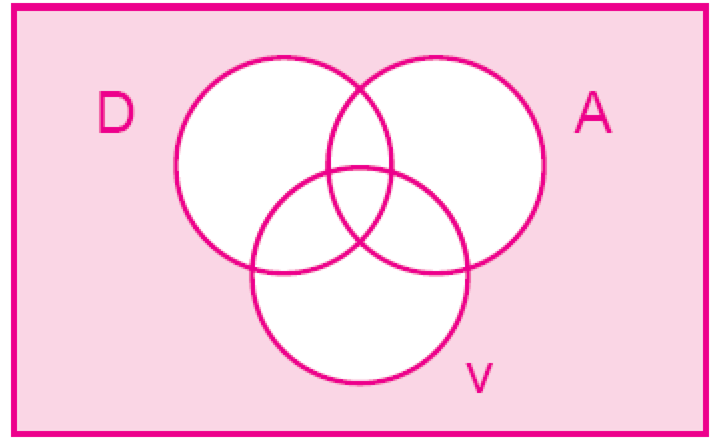


Carros com vidro elétrico e ar-condicionado.

Matemática I



Carros com vidro elétrico, ar-condicionado e direção hidráulica.



Conjunto dos carros vendidos sem nenhum dos três opcionais.

Módulo I – Conjuntos Numéricos

$N = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ... \}$

$N_* = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ... \}$

$Z = \{ ..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... \}$

$Z_* = \{ ..., -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, ... \}$

Módulo I – Conjuntos Numéricos

$Q = \{ p/q \mid p, q$ são inteiros e $q \neq 0 \}$

$Q_* = \{ p/q \mid p, q$ são inteiros e $p,q \neq 0 \} = Q - \{0\}$

$\mathrm{I} = \{ x \mid x$ não é uma dízima períodica $\}$

$R = Q \cup \mathrm{I} = \{ x \mid x$ é racional ou irracional $\}$

Matemática I

Os meios para que a tua vida seja plena, são dados a ti a cada momento (Dalai Lama) .

A vida está disponível para que possas usufruir do que ela tem de melhor (Dalai Lama) .

Não percas tempo com escolhas que de nada te valerão para evoluir (Dalai Lama) .

Acomodar-se em águas paradas apenas traduz o medo de mudanças, e estas são necessárias para que possamos reencontrar a nossa harmonia, a nossa paz interior (Dalai Lama) .

Módulo I – Intervalos de números reais

Intervalos abertos

$$(a, b) = \{ x \in R \mid a < x < b \}$$

$$(a, \propto) = \{ x \in R \mid a < x < \propto \} = \{ x \in R \mid x > a \}$$

Matemática I

Módulo I – Intervalos de números reais

Intervalos abertos

$$(-\propto, b) = \{ x \in R \mid -\propto < x < b \} = \{ x \in R \mid x < b \}$$

$$(-\propto, \propto) = \{ x \in R \mid -\propto < x < \propto \} = R$$

Damasceno – www.damasceno.info – damasceno12@hotmail.com

Módulo I – Intervalos de números reais

Intervalos fechados e semi-abertos

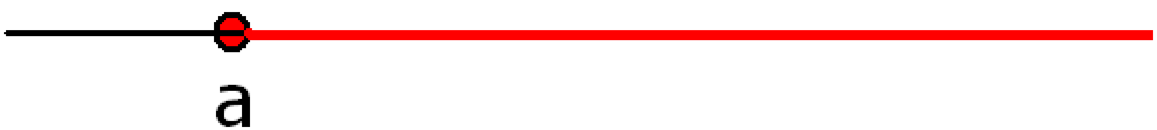
$$[\,a, b\,] = \{\, x \in R \mid a \leq x \leq b \,\}$$

$$[\,a, b\,) = \{\, x \in R \mid a \leq x < b \,\}$$

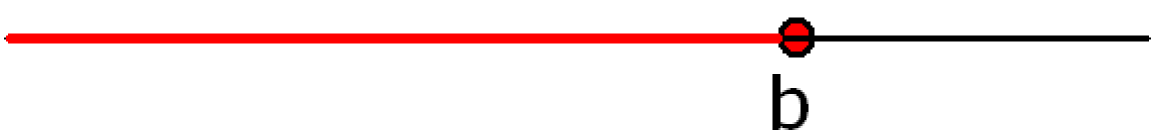
Módulo I – Intervalos de números reais

$$(a, b] = \{ x \in R \mid a < x \leq b \}$$

$$[a, \propto) = \{ x \in R \mid a \leq x < \propto \}$$



$$(- \propto, b] = \{ x \in R \mid x \leq b \}$$



Matemática I

Módulo I – Intervalos de números reais. Exemplos

$[\,2, 7\,] = \{\, x \in R \mid 2 <= x <= 7 \,\}$

$(\,2, 7\,) = \{\, x \in R \mid 2 < x < 7 \,\}$

$[\,2, 7\,) = \{\, x \in R \mid 2 <= x < 7 \,\}$

$(\,2, 7\,] = \{\, x \in R \mid 2 < x <= 7 \,\}$

$[\,2, \propto\,) = \{\, x \in R \mid 2 <= x < \propto \,\} = \{\, x \in R \mid x >= 2 \,\}$

$(\,2, \propto\,) = \{\, x \in R \mid 2 < x < \propto \,\} = \{\, x \in R \mid x > 2 \,\}$

Matemática I

Módulo I – Exercícios

Após uma pesquisa realizada numa cidade, constatou-se que as famílias que consomem arroz não consomem macarrão. Sabe-se que 40% consomem arroz; 30% consomem macarrão; 15% consomem feijão e arroz; 20% consomem feijão e macarrão; 60% consomem feijão. Calcule a percentagem correspondente às famílias que não consomem nenhum desses três produtos.

(A) 4% (B) 5% (C) 6% (D) 7% (E) 8%

Matemática I

Módulo I – Exercícios

A+D+E+G = arroz;

B+D+G+F = macarrão;

C+E+G+F = feijão

quem consome arroz

não consome macarrão;

D = 0 e G = 0

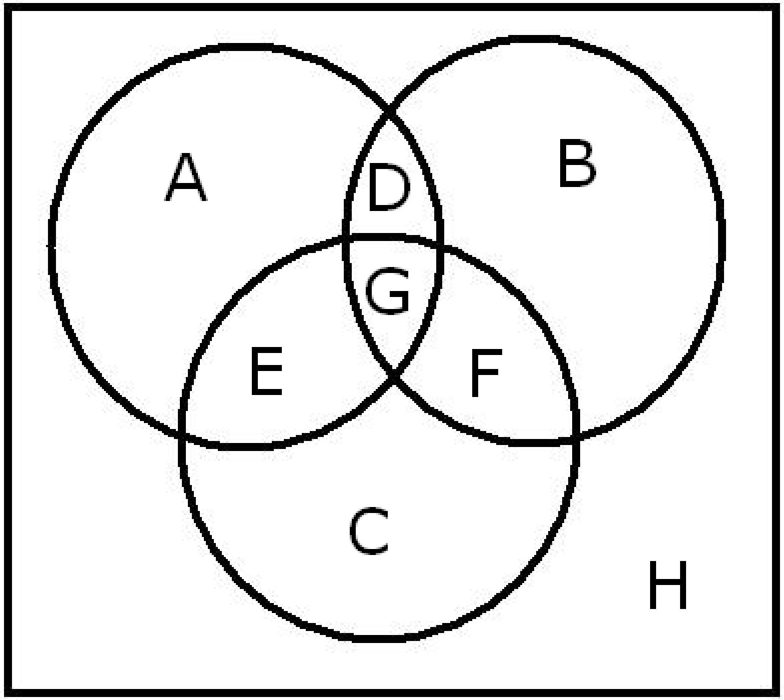
40% consomem arroz;

A + E = 40

30% consomem macarrão; B + F = 30

15% consomem feijão e arroz; E = 15

20% consomem feijão e macarrão; F = 20



Matemática I

Módulo I – Exercícios

A + E = 40 e E = 15 => A = 25;

B + F = 30 e F = 20 => B = 10;

60% consomem feijão =>

C+E+G+F = 60 e G = 0 =>

C+15+0+20 = 60 => C = 25

A + B + C + D + E + F + G =

25 + 10 + 25 + 0 + 15 + 20 + 0 = 95

100 – 95 = 5

Tua natureza divina não foi feita para ser aprisionada à sombra do sofrimento, fora do alcance de Deus, e sim para expandir, crescer, para assim, reencontrar sua real função.
És a flecha que tem por destino ser arremessada ao tronco do conhecimento e, se forças em direção contrária, cais em depressão, por negares ao teu ser a tua real necessidade que é a de estares livre, presente na tua realidade divina. Deves saber que as coisas não precisam acontecer nesta ordem.
Tens a opção em escolher novamente, sempre que sentires a ausência do teu coração em tuas decisões, ou seja, a ausência da paz de espírito.
Volta, recolhe teu ser no silêncio que habita tua morada, e lá, começa por ti.
O que queres que não podes ter? (Dalai Lama)