

# Fundamentos de Matemática para Computação

Tecnologia em Rede de  
Computadores

Período 2012.1

Prof. da Disciplina  
Luiz Gonzaga Damasceno, M. Sc

# Fundamentos de Matemática para Computação

E-mails:

[damasceno12@hotmail.com](mailto:damasceno12@hotmail.com)

[damasceno12@uol.com.br](mailto:damasceno12@uol.com.br)

[damasceno1204@yahoo.com.br](mailto:damasceno1204@yahoo.com.br)

Site:

[www.damasceno.info](http://www.damasceno.info)

[damasceno.info](http://damasceno.info)

# Fund. De Matemática para Comp

## Módulo V – Introdução à Lógica Matemática

### Álgebra das proposições

Vimos que:

Uma **proposição** é uma declaração (afirmativa [P] ou negativa [ $\sim P$ ]).

Cada **proposição** recebe um valor lógico F (falso) ou V (verdadeiro).

Exemplos:

1) “Sete mais dois é igual a nove” – é uma declaração (afirmativa), portanto uma proposição. Sabemos que é verdadeira (valor lógico V).

# Fund. De Matemática para Comp

2) “Recife não é a capital do Brasil” – é uma declaração (negativa), portanto uma proposição. Sabemos que é verdadeira (valor lógico V).

3) “Sete mais dois é igual a quinze” – é uma declaração (afirmativa), portanto uma proposição. Sabemos que é falsa (valor lógico F).

4) “João, vá estudar a sua lição” – é uma sentença imperativa, e não uma declaração. Portanto não é uma proposição.

5) “O triplo de sete é oito?” – é uma pergunta, e não uma declaração. Portanto não é uma proposição.

# Fund. De Matemática para Comp

**Proposição fechada** é toda proposição que pode receber um valor lógico (V ou F).

**Proposição aberta** é toda proposição que não pode receber um valor lógico (V ou F).

Exemplo: 1) O time X foi o campeão brasileiro de Football.

2) Buenos Aires é capital do país X.

**Proposição simples**: é uma proposição única, isolada.

**Proposição composta**: proposição formada por duas ou mais proposições simples, ligadas entre si por conectivos operacionais.

# Fund. De Matemática para Comp

Exemplos:

- 1) Natal é a capital do Rio Grande do Norte e Recife é a capital de Pernambuco.
- 2) Se  $7 + 3 = 10$  então  $3 = 10 - 7$

## Tabelas verdades

Exemplo:  $p$  é uma proposição simples e  $V$  e  $F$  são seus valores lógicos possíveis.

P
V
F

# Fund. De Matemática para Comp

Negação:  $\sim p$  (não p)

p	$\sim p$
V	F
F	V

Conjunção:  $p \wedge q$  (p e q)

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

# Fund. De Matemática para Comp

Disjunção:  $p \vee q$  (p ou q)

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Implicação:  $p \rightarrow q$  (Se p então q)

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

# Fund. De Matemática para Comp

Disjunção exclusiva:  $p \underline{\vee} q$  (Ou p Ou q)

p	q	$p \underline{\vee} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Dupla implicação:  $p \leftrightarrow q$  (p Se e somente Se q)

(Bicondicional)

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

# Fund. De Matemática para Comp

Negação da Implicação:  $p \wedge \sim q$

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	F

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	p
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	F	V	F	F

# Fund. De Matemática para Comp

Negação da Implicação:  $p \wedge \sim q$

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	p
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	F	V	F	F

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	p	$\sim q$
V	V	V	F	V	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	F	V

# Fund. De Matemática para Comp

Negação da Implicação:  $p \wedge \sim q$

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	p	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
V	V	V	F	V	F	F
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	F	F
F	F	V	F	F	V	F

Exemplos:

1)  $p \rightarrow q$ : Se x é um número par então y é um número par

$p \wedge \sim q$ : x é um número par e y é um número ímpar

2)  $p \rightarrow q$ : Se Carlos passou de ano então Carlos passou em Matemática

$p \wedge \sim q$ : Carlos passou de ano e Carlos não passou em Matemática

# Fund. De Matemática para Comp

Equivalência da Implicação:  $\sim q \rightarrow \sim p$

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	F

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	$\sim p$
V	V	V	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

# Fund. De Matemática para Comp

Equivalência da Implicação:  $\sim q \rightarrow \sim p$

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	$\sim p$	$\sim q$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F
F	F	V	F	V	V

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	F	V	F
F	V	V	F	V	F	V
F	F	V	F	V	V	V

# Fund. De Matemática para Comp

Equivalência da Implicação:  $\sim q \rightarrow \sim p$

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$	$\sim p \rightarrow \sim q$
V	V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F	V	F
F	F	V	F	V	V	V	V

Exemplos:

1)  $p \rightarrow q$ : Se o número x é par **então** o número y é impar

$\sim q \rightarrow \sim p$ : Se o número y é par **então** o número x é impar

2)  $p \rightarrow q$ : Se Carlos passou de ano **então** Carlos passou em Matemática

$\sim q \rightarrow \sim p$ : Se Carlos não passou em Matemática **então** Carlos não passou de ano

# Fund. De Matemática para Comp

Condição Suficiente. Condição necessária:

$p \rightarrow q$ :  $p$  é condição suficiente para  $q$  – basta  $p$  acontecer para que  $q$  aconteça.

$\sim q \rightarrow \sim p$ :  $q$  é condição necessária para  $p$  – se  $q$  não acontecer  $p$  não acontece.

Exemplos: **Se** Carlos passou de ano **então** Carlos passou em Matemática

Carlos passou de ano (V) **é condição suficiente** para que Carlos passou em Matemática (V)

# Fund. De Matemática para Comp

Se Carlos não passou em Matemática **então** Carlos não passou de ano

Carlos passou em Matemática (V) **é condição necessária** para que Carlos passou de ano (V)

Conclusão: “Se Carlos passou de ano **então** Carlos passou em Matemática” é equivalente a qualquer uma das seguintes:

- “Carlos passar de ano é condição suficiente para Carlos ter passado em Matemática”.
- “Carlos passar em Matemática é condição necessária para Carlos passar de ano”.

# Fund. De Matemática para Comp

Negação da Dupla Implicação (Bicondicional):  $p \underline{\vee} q$  (Ou p Ou q exclusivo)

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\sim(p \leftrightarrow q)$	$p \underline{\vee} q$
V	V	V	F	F
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	F	F

Exemplo:

$p \leftrightarrow q$ : x é um número par **se, e somente se**, y é um número par.

$p \underline{\vee} q$ : **Ou** x é um número par **Ou** y é um número par.

**Condição Necessária e Suficiente**: A expressão “p é condição necessária e suficiente para q” é equivalente a dupla implicação. Neste caso, abrem-se quatro possibilidades:

# Fund. De Matemática para Comp

1)  $p \rightarrow q$

2)  $\sim q \rightarrow \sim p$

3)  $q \rightarrow p$

4)  $\sim p \rightarrow \sim q$

Exemplo:

“Você lavar o carro **é condição necessária e suficiente** para eu o emprestar a você.”

“Você lava o carro **se e somente se** eu o emprestar a você.”

1) Você lava o carro  $\rightarrow$  Eu o empresto a você.

2) Eu não empresto o carro a você  $\rightarrow$  Você não lava o carro.

3) Eu empresto o carro a você  $\rightarrow$  Você lava o carro.

4) Você não lava o carro  $\rightarrow$  Eu não o empresto a você.

# Fund. De Matemática para Comp

## Tautologia

Tautologia é toda proposição sempre verdadeira.

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

## Contradição

Contradição é toda proposição sempre falsa.

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
V	F	F
F	V	F

# Fund. De Matemática para Comp

(ESAF) Chama-se Tautologia a toda proposição que é sempre verdadeira, independentemente da verdade dos termos que a compõem. Um exemplo de Tautologia é:

- a) Se João é alto, então João é alto ou Guilherme é gordo.
- b) Se João é alto, então João é alto e Guilherme é gordo.
- c) Se João é alto ou Guilherme é gordo, então Guilherme é gordo.
- d) Se João é alto ou Guilherme é gordo, então João é alto e Guilherme é gordo.
- e) Se João é alto ou não é alto, então Guilherme é gordo.

# Fund. De Matemática para Comp

a) Se João é alto, então João é alto ou Guilherme é gordo.

Isso é equivalente a  $p \rightarrow p \vee q$

$p$ : João é alto

$q$ : Guilherme é gordo

$p$	$q$	$p \vee q$	$p \rightarrow p \vee q$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

Podemos concluir que “Se João é alto, então João é alto ou Guilherme é gordo” é realmente uma tautologia.

# Fund. De Matemática para Comp

b) Se João é alto, então João é alto e Guilherme é gordo.

Isso é equivalente a  $p \rightarrow p \wedge q$

$p$ : João é alto

$q$ : Guilherme é gordo

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow p \wedge q$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	V
F	F	F	V

Podemos concluir que “Se João é alto, então João é alto e Guilherme é gordo” não é uma tautologia.

# Fund. De Matemática para Comp

c) Se João é alto ou Guilherme é gordo, então Guilherme é gordo.

Isso é equivalente a  $p \vee q \rightarrow q$

p: João é alto

q: Guilherme é gordo

p	q	$p \vee q$	$p \vee q \rightarrow p$
V	V	V	V
V	F	V	F
F	V	V	V
F	F	F	V

Podemos concluir que “Se João é alto ou Guilherme é gordo, então Guilherme é gordo” não é uma tautologia.

# Fund. De Matemática para Comp

d) Se João é alto ou Guilherme é gordo, então João é alto e Guilherme é gordo.

Isso é equivalente a  $p \vee q \rightarrow p \wedge q$

p: João é alto

q: Guilherme é gordo

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \vee q \rightarrow p \wedge q$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	F	V

Podemos concluir que “Se João é alto ou Guilherme é gordo, então João é alto e Guilherme é gordo” não é uma tautologia.

# Fund. De Matemática para Comp

e) Se João é alto ou não é alto, então Guilherme é gordo.

Isso é equivalente a  $p \vee \sim p \rightarrow q$

p: João é alto

q: Guilherme é gordo

p	q	$\sim p$	$p \vee \sim p$	$p \vee \sim p \rightarrow q$
V	V	F	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	V	V	V

Podemos concluir que “Se João é alto ou não é alto, então Guilherme é gordo” não é uma tautologia.

# Fund. De Matemática para Comp

(AFC 2002 ESAF) Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

- a) Pedro não é pobre ou Alberto não é alto.
- b) Pedro não é pobre e Alberto não é alto.
- c) Pedro é pobre ou Alberto não é alto.
- d) se Pedro não é pobre, então Alberto é alto.
- e) se Pedro não é pobre, então Alberto não é alto.

# Fund. De Matemática para Comp

$p$ : Pedro é pobre

$q$ : Alberto é alto

$p \wedge q$ : Pedro é pobre e Alberto é alto

Dizer que não é verdade  $\Leftrightarrow$  negar

$$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

Portanto, a resposta correta é:

Pedro não é pobre ou Alberto não é alto

Alternativa a)

## Em seu benefício

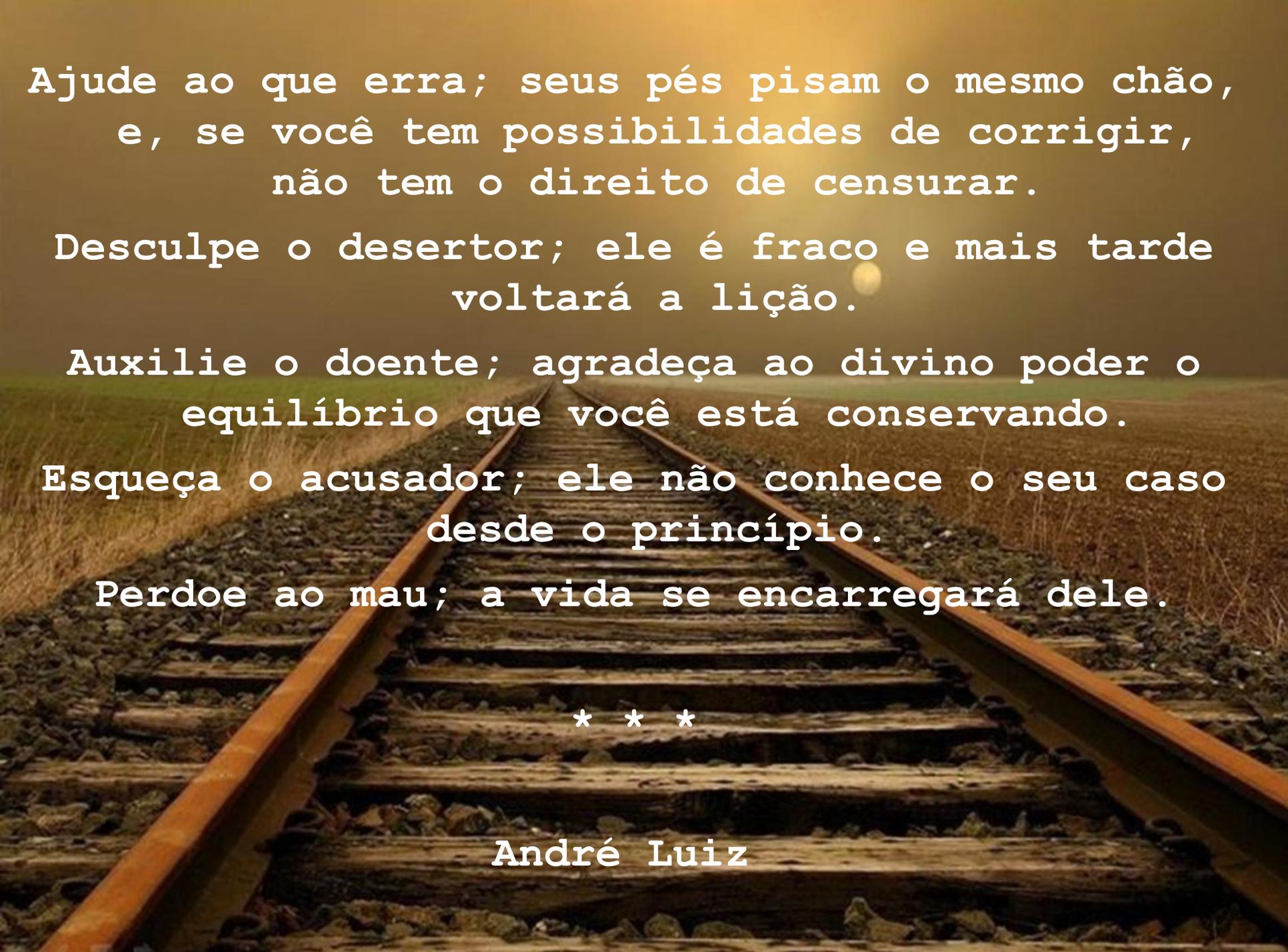
Não se agaste com o ignorante; certamente, não dispõe ele das oportunidades que iluminaram seu caminho.

Evite aborrecimento com as pessoas fanatizadas; permanecem no cárcere do exclusivismo e merecem compaixão como qualquer prisioneiro.

Não se perturbe com o malcriado; o irmão intratável tem, na maioria das vezes, o fígado estragado e os nervos doentes.

Ampare o companheiro inseguro; talvez não possua o necessário, quando você detém excessos.

Não se zangue com o ingrato; provavelmente, é desorientado ou inexperiente.



Ajude ao que erra; seus pés pisam o mesmo chão,  
e, se você tem possibilidades de corrigir,  
não tem o direito de censurar.

Desculpe o desertor; ele é fraco e mais tarde  
voltará a lição.

Auxilie o doente; agradeça ao divino poder o  
equilíbrio que você está conservando.

Esqueça o acusador; ele não conhece o seu caso  
desde o princípio.

Perdoe ao mau; a vida se encarregará dele.

\* \* \*

André Luiz