

Fundamentos de Matemática para Computação

Tecnologia em Rede de
Computadores

Período 2012.1

Prof. da Disciplina
Luiz Gonzaga Damasceno, M. Sc

Fundamentos de Matemática para Computação

E-mails:

damasceno12@hotmail.com

damasceno12@uol.com.br

damasceno1204@yahoo.com.br

Site:

www.damasceno.info

damasceno.info

Fund. De Matemática para Comp

Módulo III - Funções do segundo grau

Chama-se função quadrática, qualquer função f de \mathbb{R} em \mathbb{R} , definida pela lei de formação

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c,$$

onde a , b , c são números reais com $a \neq 0$.

Aplicações:

Movimento uniformemente variado (Física);

lançamento oblíquo (Física);

processo de fotossíntese das plantas (Biologia);

as funções de custo, receita e lucro (Adm e Cont);

nas diversas construções (Eng. Civil).

Fund. De Matemática para Comp

Módulo III - Funções do segundo grau

Exemplos:

$$1) f(x) = 3x^2 - 4x + 1; \quad a = 3, \quad b = -4, \quad c = 1$$

$$2) f(x) = x^2 - 4x; \quad a = 1, \quad b = -4, \quad c = 0$$

$$3) f(x) = x^2 - 1; \quad a = 1, \quad b = 0, \quad c = -1$$

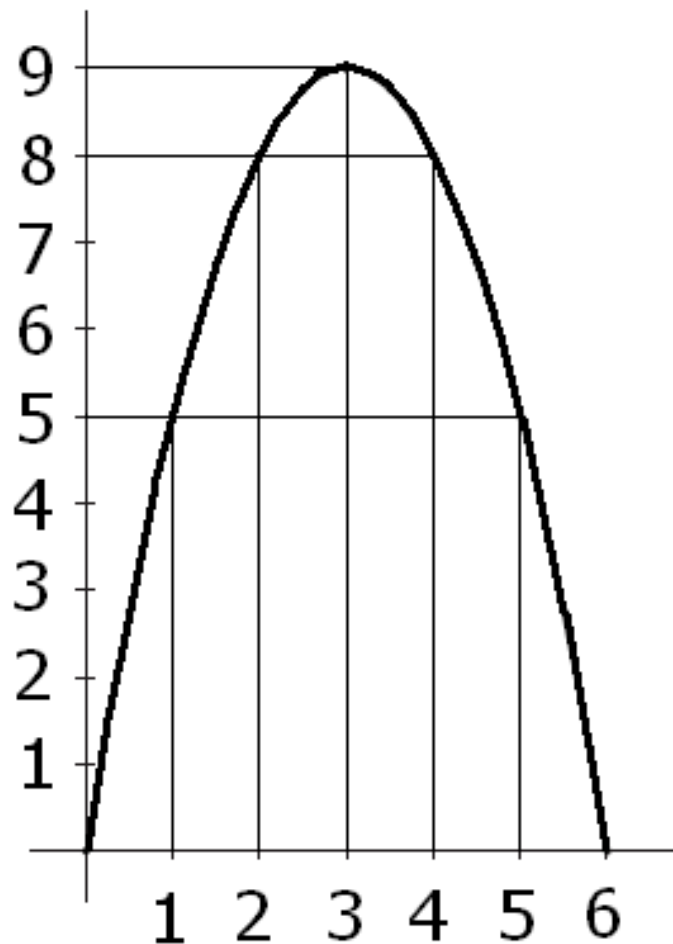
$$4) f(x) = x^2 + 4x + 4; \quad a = 1, \quad b = 4, \quad c = 4$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo III - Funções do segundo grau. Gráfico

x	y
0	0
1	5
2	8
3	9
4	8
5	5
6	0

$$y = -x^2 + 6x$$

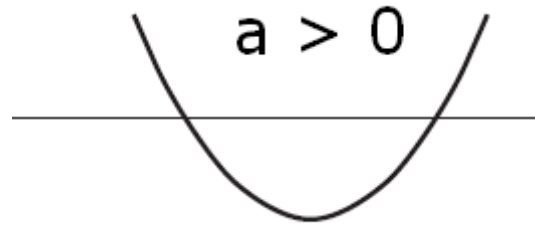


Fund. De Matemática para Comp

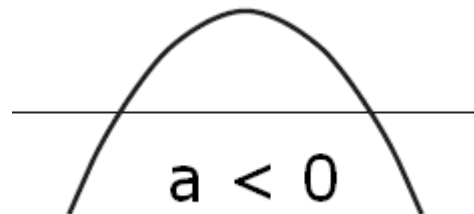
Módulo III - Funções do segundo grau. Concavidade

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

Se $a > 0$, a concavidade estará voltada para cima:



Se $a < 0$, a concavidade estará voltada para baixo:



Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – Zeros de uma função do segundo grau.

Os zeros de uma função são os valores de x para os quais a função se anula ($f(x) = 0$).

Exemplo:

$$y = x^2 - 4$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 2 = 0$$

$$x = 2 \quad \text{ou} \quad x = -2$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – Zeros de uma função do segundo grau.

Os zeros de uma função são os valores de x para os quais a função se anula ($f(x) = 0$).

Exemplo:

$$y = x^2 + 6x$$

$$x^2 + 6x = 0$$

$$x(x + 6) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x + 6 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -6$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – Zeros de uma função do segundo grau.

Os zeros de uma função são os valores de x para os quais a função se anula ($f(x) = 0$).

Exemplo:

$$y = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)(x - 3) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 3 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{ou} \quad x = 3$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – Zeros de uma função do segundo grau.

Os zeros de uma função são os valores de x para os quais a função se anula ($f(x) = 0$).

Exemplo: $y = x^2 - 6x + 8$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 2)(x - 4) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 4 = 0$$

$$x = 2 \quad \text{ou} \quad x = 4$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – Zeros de uma função do segundo grau.

Os zeros de uma função são os valores de x para os quais a função se anula ($f(x) = 0$).

Ex.: $y = x^2 - 5x + 6$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6$$

$$\Delta = 25 - 24$$

$$\Delta = 1$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x = 2 \quad \text{ou} \quad x = 3$$

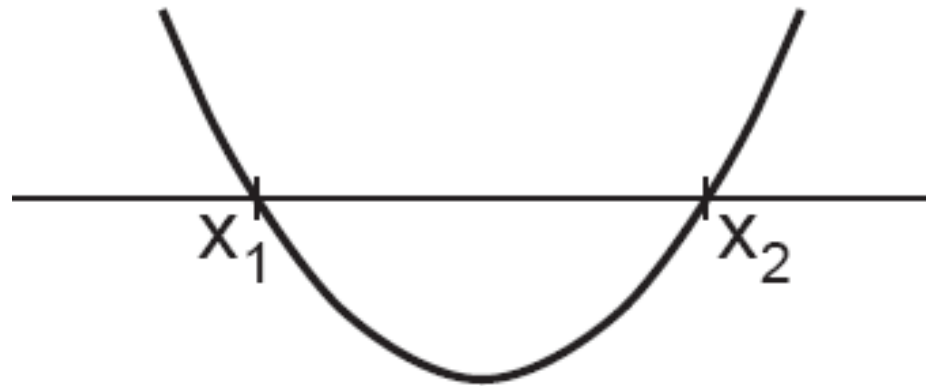
Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – Zeros de uma função do segundo grau.

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c \qquad f(x) = 0$$

$\Delta > 0$ A equação tem duas raízes

diferentes. A parábola corta o eixo dos x em dois pontos distintos.



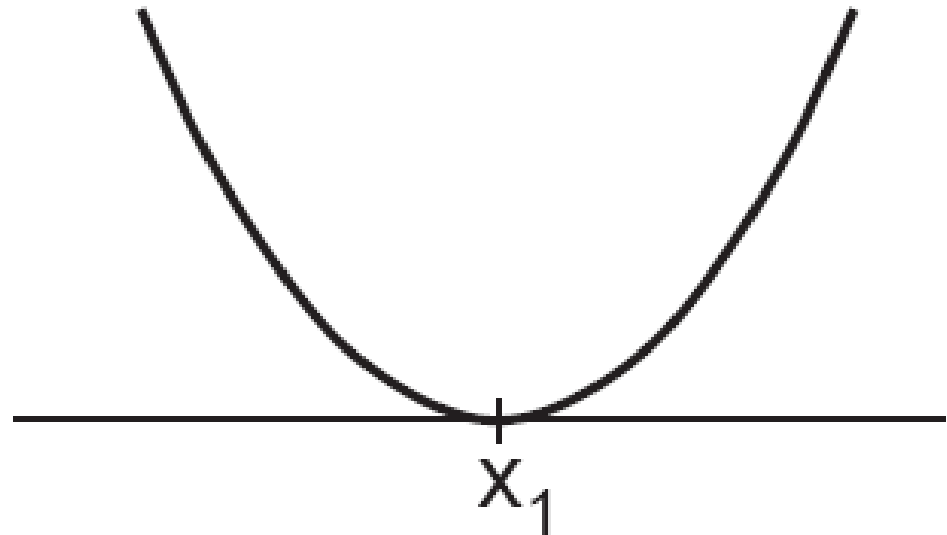
Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – Zeros de uma função do segundo grau.

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c \qquad f(x) = 0$$

$\Delta = 0$ A equação tem duas raízes

iguais. A parábola corta o eixo dos x em dois pontos iguais.



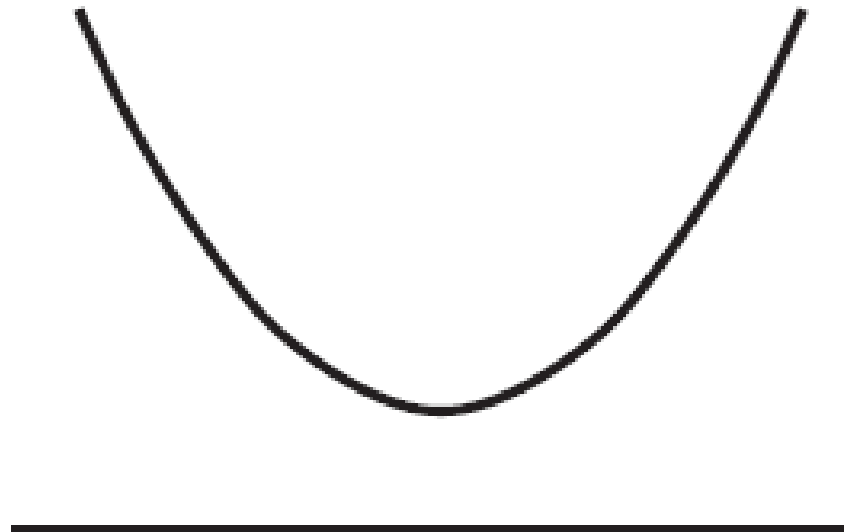
Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – Zeros de uma função do segundo grau.

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c \qquad f(x) = 0$$

$\Delta < 0$ A equação não possui raízes.

A parábola não corta o eixo dos x.



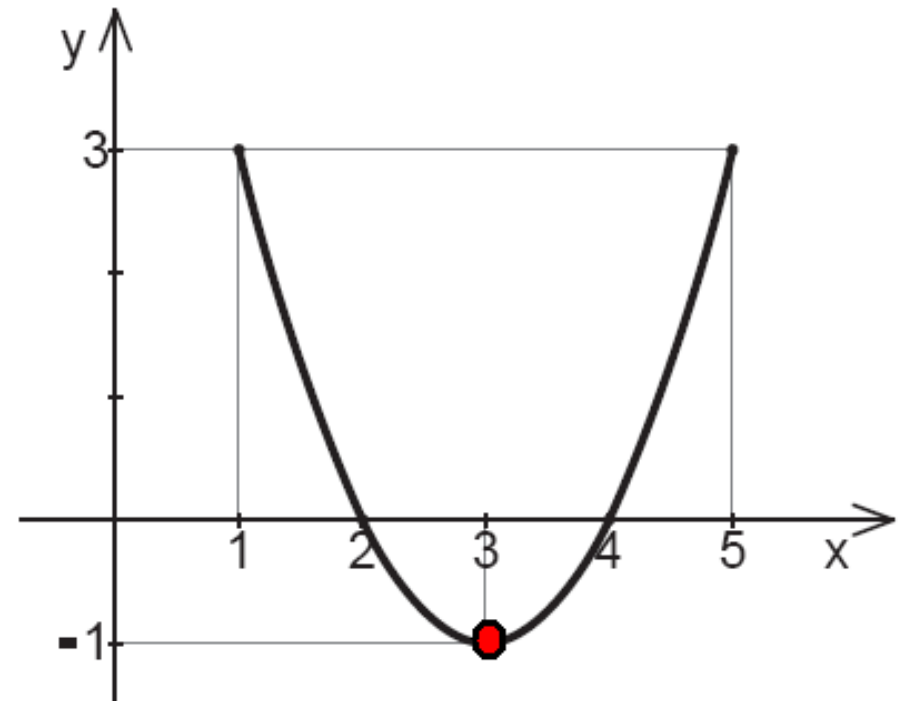
Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – O vértice de uma função do segundo grau.

$$y = f(x) = x^2 - 6x + 8$$

$$x_1 = 2, x_2 = 4$$

	x	y
	1	3
$x_1 = 2$	2	0
$\frac{x_1 + x_2}{2} = 3$	3	-1
$x_2 = 4$	4	0
	5	3



Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – O vértice de uma função do segundo grau.

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$x_v = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

$$x_v = \frac{1}{2}\left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right)$$

$$x_v = \frac{1}{2}\left(\frac{-2b}{2a}\right)$$

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – O vértice de uma função do segundo grau.

Exemplo: Considere a função $y = x^2 - 4x + 5$. como $a = 1$, ela tem concavidade voltada para cima.

Para fazer um esboço de seu gráfico, determinamos seu vértice.

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_v = 2^2 - 4 \times 2 + 5$$

$$y_v = 4 - 8 + 5$$

$$y_v = 1$$

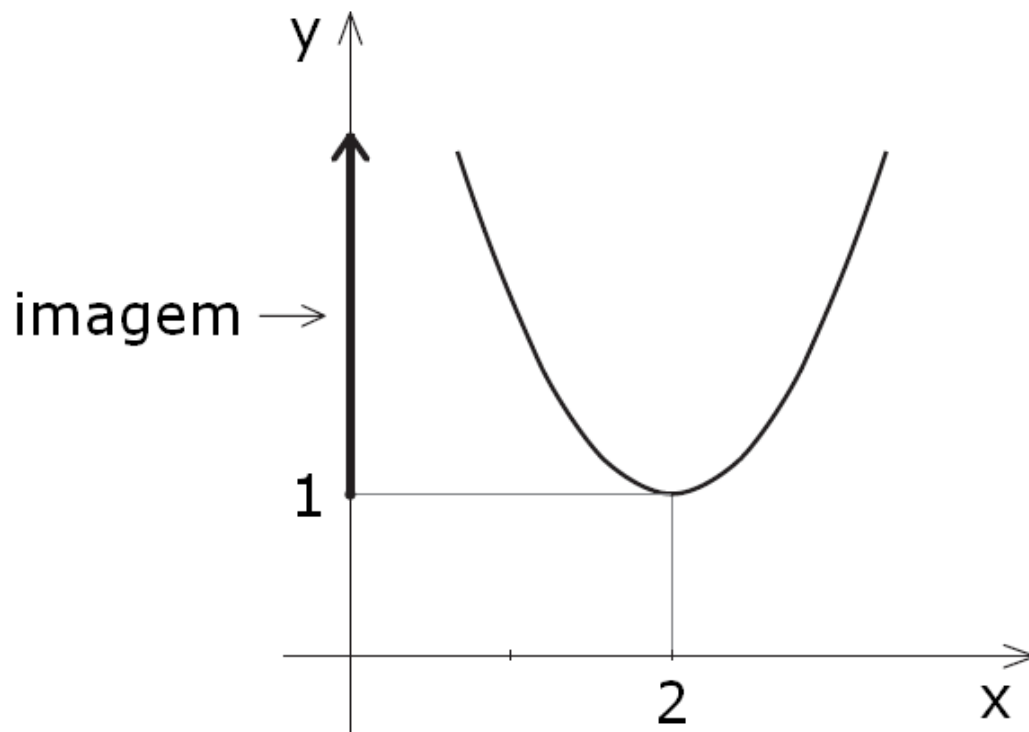
Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – O vértice de uma função do segundo grau.

Portanto, o vértice é o ponto $(2, 1)$ e, como a concavidade está voltada para cima, o gráfico tem esta forma:

A imagem da função é então o conjunto dos valores de y tais que $y \geq 1$.

$$\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$$



Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – Função do segundo grau.

Exercícios: Faça o gráfico das funções determinando, se possível, as raízes e o vértice da parábola.

$$(1) \quad y = x^2 - 6x + 7$$

$$(2) \quad y = x^2 - 4x + 5$$

$$(3) \quad y = -x^2 + 6x - 5$$

$$(4) \quad y = x^2 + 2$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – Função do segundo grau. Máximos e mínimos

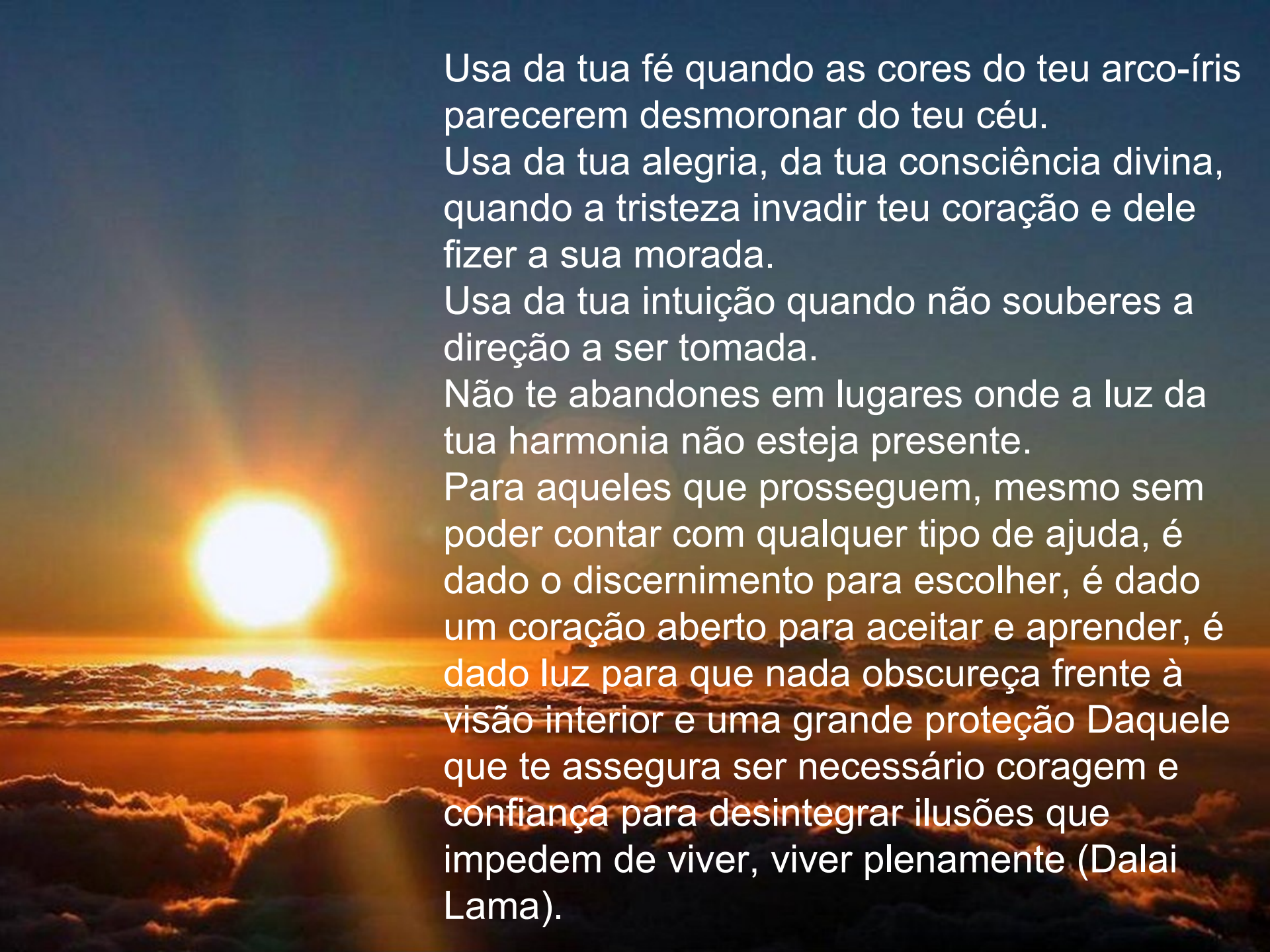
$$y = ax^2 + bx + c$$

Quando o coeficiente **a** é positivo, a parábola tem a concavidade voltada para cima. Existe, portanto, um valor mínimo dessa função.

O ponto mais baixo do gráfico é o vértice.

Quando o coeficiente **a** é negativo, a parábola tem a concavidade voltada para baixo. Existe, portanto, um valor máximo dessa função.

O ponto mais alto do gráfico é o vértice.



Usa da tua fé quando as cores do teu arco-íris parecerem desmoronar do teu céu.

Usa da tua alegria, da tua consciência divina, quando a tristeza invadir teu coração e dele fizer a sua morada.

Usa da tua intuição quando não souberes a direção a ser tomada.

Não te abandones em lugares onde a luz da tua harmonia não esteja presente.

Para aqueles que prosseguem, mesmo sem poder contar com qualquer tipo de ajuda, é dado o discernimento para escolher, é dado um coração aberto para aceitar e aprender, é dado luz para que nada obscureça frente à visão interior e uma grande proteção. Daquele que te assegura ser necessário coragem e confiança para desintegrar ilusões que impedem de viver, viver plenamente (Dalai Lama).

Fund. De Matemática para Comp

Módulo II –Máximos e mínimos

Problema: Os técnicos de uma fábrica de automóveis fizeram diversos testes com um de seus carros populares para examinar o consumo de gasolina. O carro percorria 100 km em uma estrada plana, com velocidade constante. O percurso foi feito muitas vezes e, a cada vez, usou-se uma velocidade diferente. No final de cada viagem, os técnicos verificaram a quantidade de combustível gasta e observaram que o consumo não se mantinha o mesmo, pois era função da velocidade. A conclusão foi a seguinte: para velocidade entre 40 e 120 km/h, o consumo desse carro é dado por:

$$y = 0,005x^2 - 0,6x + 26$$

onde x é a velocidade em km/h e y é o número de litros de gasolina gastos para percorrer 100 km.

Fund. De Matemática para Comp

Módulo III –Máximos e mínimos

Em que velocidade devemos andar com esse carro, para gastar o mínimo de combustível?

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{0,6}{2 \times 0,005} = \frac{0,6}{0,01} = 60$$

$$y_v = 0,005 \times 60^2 - 0,6 \times 60 + 26$$

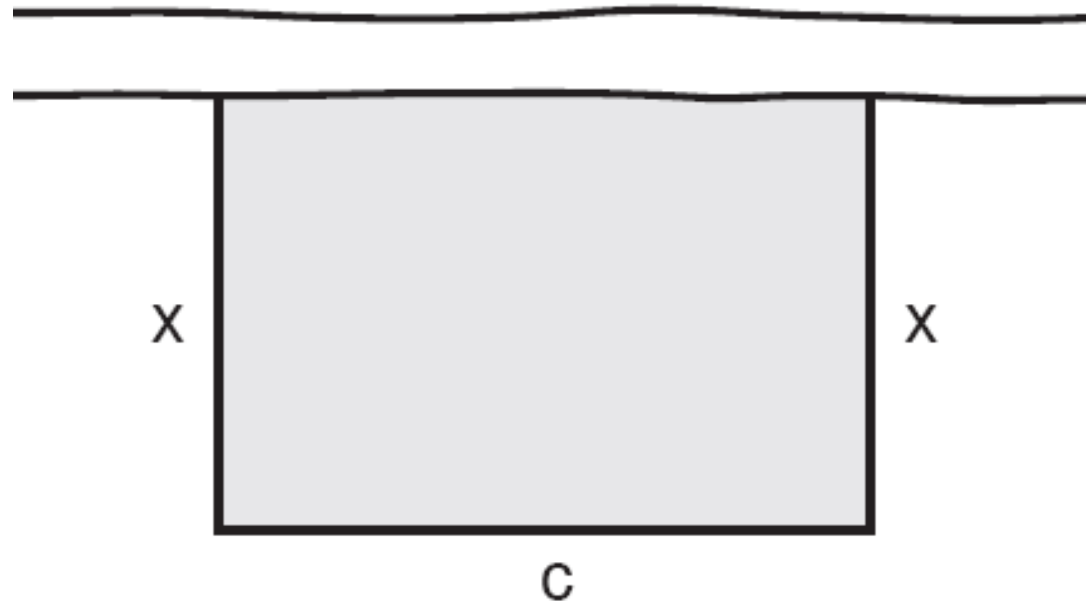
$$y_v = 0,005 \times 3600 - 36 + 26$$

$$y_v = 18 - 36 + 26 = 8$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo III – Máximos e mínimos

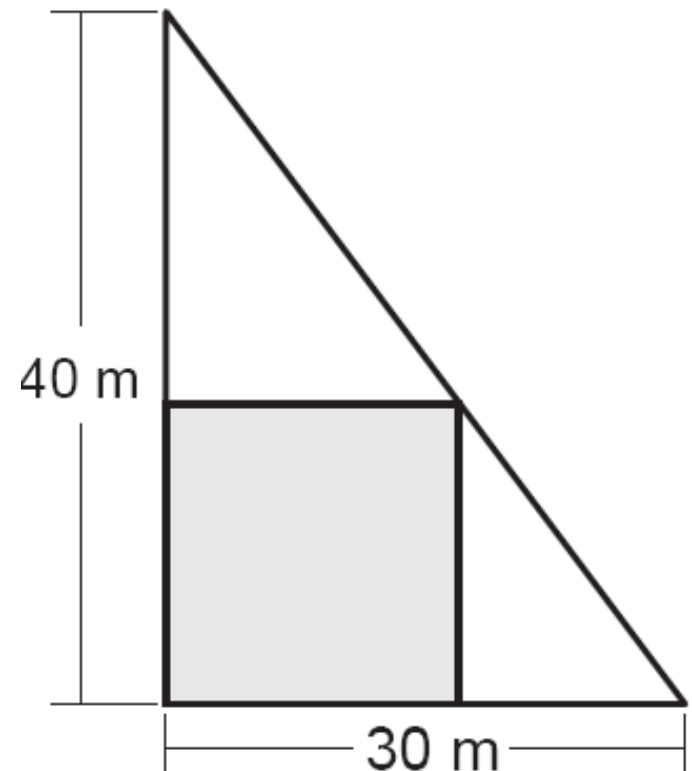
Com 80 m de corda, um fazendeiro deseja cercar uma área retangular junto a um rio para confinar alguns animais. Quais devem ser as medidas do retângulo para que a área cercada seja a maior possível?



Fund. De Matemática para Comp

Módulo III –Máximos e mínimos

Desejamos construir um edifício de base retangular no interior de um terreno triangular, como mostra a figura: Determine as medidas do retângulo de maior área possível que caiba dentro de um triângulo retângulo de catetos 30 m e 40 m.

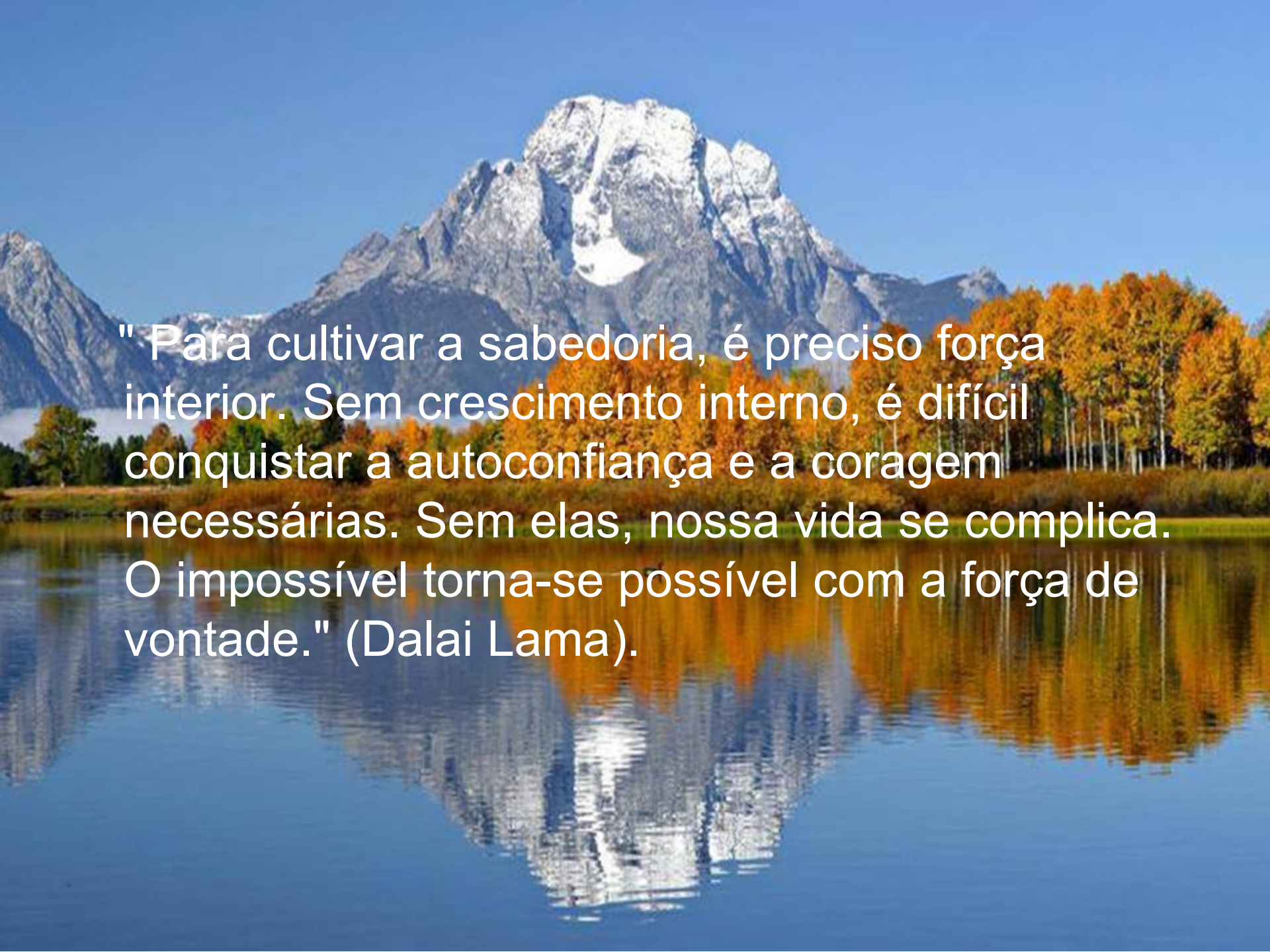


Fund. De Matemática para Comp

Módulo III –Máximos e mínimos

João tem uma pequena fábrica de sorvetes. Ele vende, em média, 300 caixas de picolés por R\$ 20,00 cada uma. Entretanto percebeu que, cada vez que diminuía R\$ 1,00 no preço da caixa, vendia 40 caixas a mais. Quanto ele deveria cobrar pela caixa para que sua receita fosse máxima? Qual o valor máximo dessa receita?

Preço	Caixas vendidas	Receita
20	300	6000,00
19	340	6460,00
18	380	
17	420	



" Para cultivar a sabedoria, é preciso força interior. Sem crescimento interno, é difícil conquistar a autoconfiança e a coragem necessárias. Sem elas, nossa vida se complica. O impossível torna-se possível com a força de vontade." (Dalai Lama).