

Fundamentos de Matemática para Computação

Tecnologia em Rede de
Computadores

Período 2012.1

Prof. da Disciplina
Luiz Gonzaga Damasceno, M. Sc

Fundamentos de Matemática para Computação

E-mails:

damasceno12@hotmail.com

damasceno12@uol.com.br

damasceno1204@yahoo.com.br

Site:

www.damasceno.info

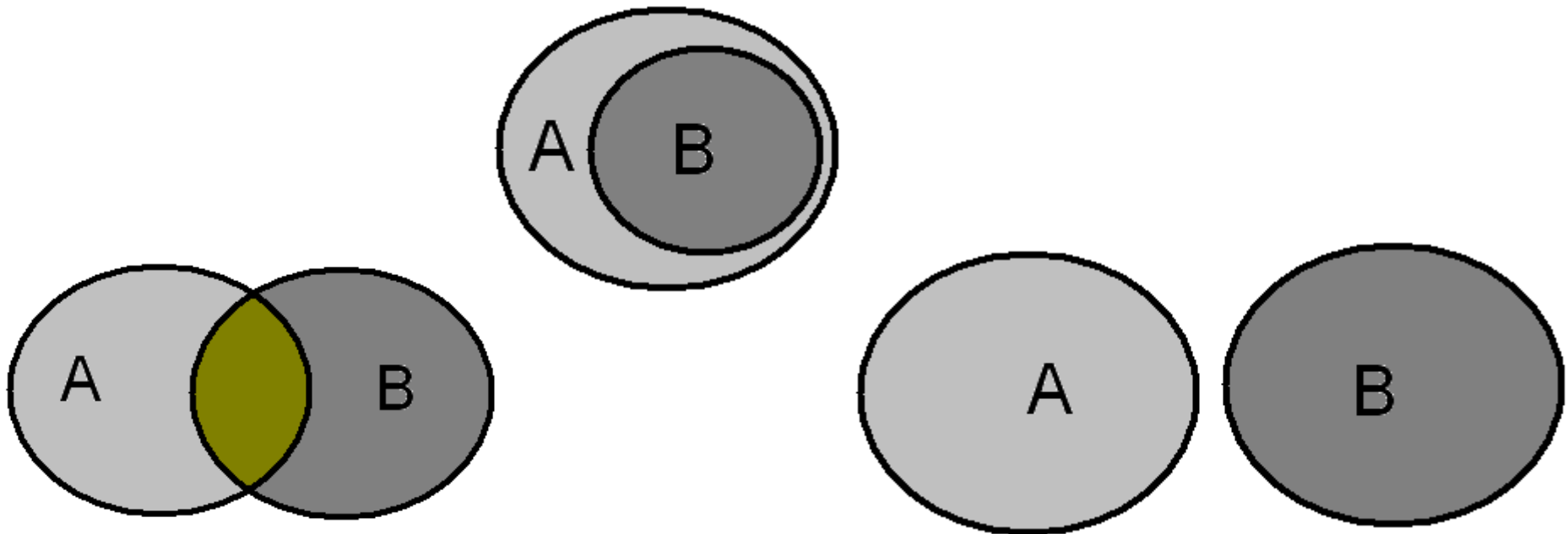
damasceno.info

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – União de Subconjuntos

O conjunto P é a união dos conjuntos A e B , se todos os elementos de A e B , e apenas estes, estão em P .

$$P = A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ ou } x \in B \}$$



Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – União de Subconjuntos

Dados os conjuntos

$$A = \{a, b, c\} \quad \text{e}$$

$$B = \{a, c, d\}, \text{ temos que}$$

$$A \cup B = \{a, b, c, d\}$$

Dados os conjuntos

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad \text{e}$$

$$B = \{6, 12\}, \text{ temos que}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – União de Subconjuntos

Dados os conjuntos

$$D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \quad \text{e}$$

$V = \{a, e, i, o, u\}$, temos que

$$D \cup V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, e, i, o, u\}$$

Dados os conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 2\} \quad \text{e}$$

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = x\}$, temos que

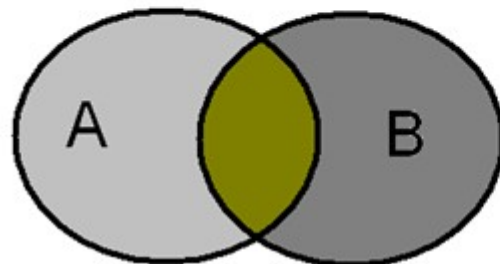
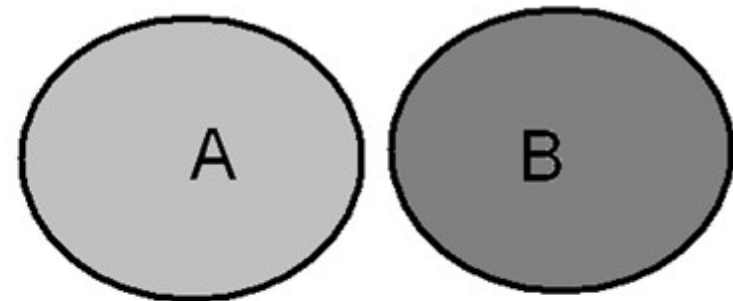
$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Interseção de Subconjuntos

O conjunto P é a interseção dos conjuntos A e B , se ele é composto por todos os elementos comuns a A e B .

$$P = A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$



$$A \cap B = \Phi$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Interseção de Subconjuntos

Dois conjuntos são chamados disjuntos se $A \cap B = \Phi$.

Dados os conjuntos

$$A = \{a, b, c\} \quad \text{e}$$

$$B = \{a, c, d\}, \text{ temos que}$$

$$A \cap B = \{a, c\}$$

Dados os conjuntos

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad \text{e}$$

$$B = \{6, 12\}, \text{ temos que}$$

$$A \cap B = \{\} = \Phi$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Interseção de Subconjuntos

Dados os conjuntos

$D = \{\text{inteiros pares}\}$ e

$V = \{\text{inteiros ímpares}\}$, temos que

$$D \cap V = \{\} = \Phi$$

Dados os conjuntos

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 2\}$ e

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = x\}$, temos que

$$A \cap B = \{\} = \Phi$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Propriedades

Sejam X um conjunto e A , B e C subconjuntos de X . Então temos:

(1) elementos neutros:

$$A \cup \Phi = A \quad \text{e} \quad A \cap X = A$$

(2) reflexiva:

$$A \cup A = A \quad \text{e} \quad A \cap A = A$$

(3) comutatividade:

$$A \cup B = B \cup A \quad \text{e} \quad A \cap B = B \cap A$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I –Propriedades

(4) associatividade:

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \quad e$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

(5) distributividade:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad e$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Conjunto Diferença de Subconjuntos

$A - B$ é o conjunto diferença de A e B, se é composto dos elementos de A que não são elementos de B.

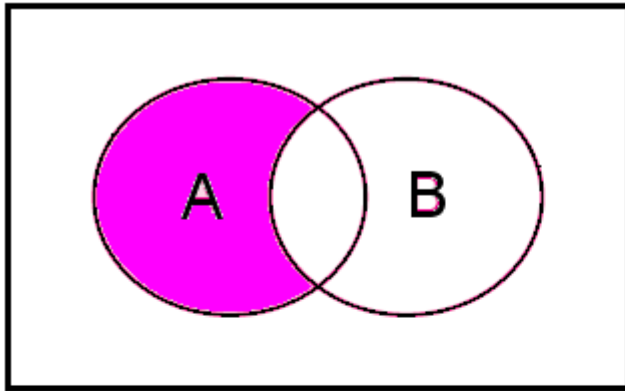
$B - A$ é o conjunto diferença de B e A, se é composto dos elementos de B que não são elementos de A.

$$A - B = \{ x \mid x \in A \text{ e } x \notin B \}$$

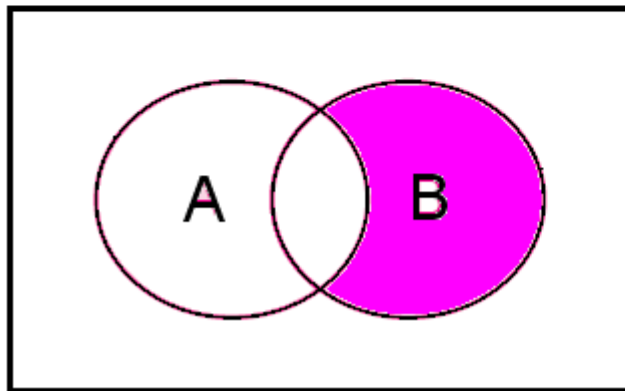
$$B - A = \{ x \mid x \in B \text{ e } x \notin A \}$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Conjunto Diferença de Subconjuntos



$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$



$$B - A = \{x \mid x \in B \text{ e } x \notin A\}$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Conjunto Diferença de Subconjuntos

Exemplo

1. Se $A = \{a, b, c\}$ e $B = \{a, c, d\}$ então

$$A - B = \{b\}.$$

2. $\{\text{inteiros pares}\} - \{\text{inteiros ímpares}\}$

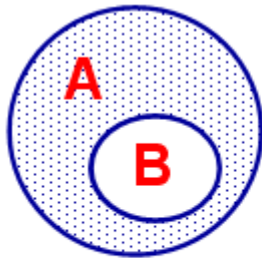
$$= \{\text{inteiros pares}\}.$$

3. Para qualquer conjunto A , vale $A - A = \emptyset$,

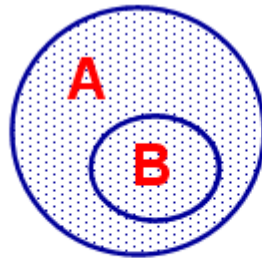
$$A - \emptyset = A.$$

Fund. De Matemática para Comp

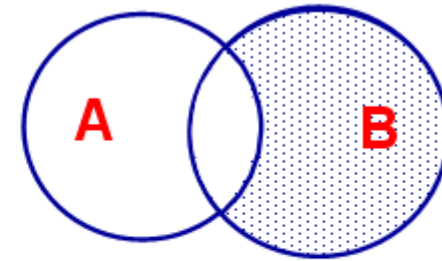
Módulo I – Conjunto Diferença de Subconjuntos



$$A - B$$



$$B - A = \emptyset$$



$$B - A$$

Dados os conjuntos

$$A = \{ x \in \mathbb{N}^* \mid x \text{ é ímpar} \},$$

$$B = \{ x \in \mathbb{N}^* \mid x \text{ é par} \} \text{ e}$$

$$C = \{ x \in \mathbb{N}^* \mid x \text{ é múltiplo de } 3 \},$$

determine:

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

c) $B \cap C$

d) $B - C$

e) $C - B$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Conjunto Diferença de Subconjuntos

$$\begin{aligned}A \cup B &= \{ 1, 3, 5, 7, 9, \dots \} \cup \{ 2, 4, 6, 8, 10, \dots \} = \\ &= \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots \}\end{aligned}$$

$$A \cap B = \{ \} = \Phi$$

$$\begin{aligned}B \cap C &= \{ 2, 4, 6, 8, 10, \dots \} \cap \{ 3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots \} = \\ &= \{ 6, 12, 18, 24, 30, \dots \}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B - C &= \{ 2, 4, 6, 8, 10, \dots \} - \{ 3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots \} = \\ &= \{ 2, 4, 8, 10, 14, 16, 20, 22, 26, \dots \}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C - B &= \{ 3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots \} - \{ 2, 4, 6, 8, 10, \dots \} = \\ &= \{ 3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, \dots \}\end{aligned}$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Conjunto Universo (U)

É um conjunto que contém todos os elementos de uma família de subconjuntos.

Conjunto complementar

Se U é o conjunto universo e A é subconjunto de U , então o complemento de A , que denotamos A^c , é o conjunto dos elementos de U que não estão em A , isto é

$$A^c = U - A$$

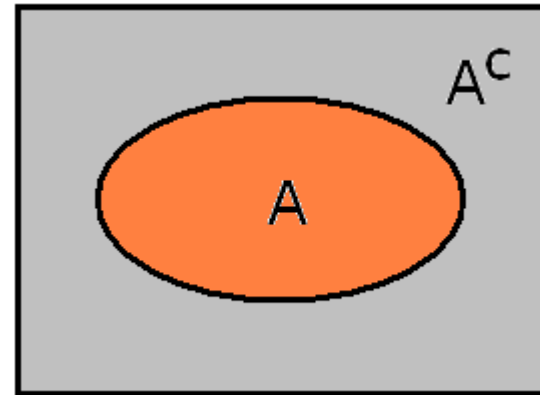
$$\text{Ex.: } U = \{ a, b, c, d, e, f \}, \quad A = \{ c, d, e, f \}$$

$$A^c = \{ a, b \}$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Propriedades

$$(1) \quad (A^c)^c = A$$



(2) Se X é o conjunto universo, então

$$\Phi^c = X \quad \text{e} \quad X^c = \Phi$$

(3) Se X é o conjunto universo, então

$$A \cap A^c = \Phi \quad \text{e} \quad A \cup A^c = X$$

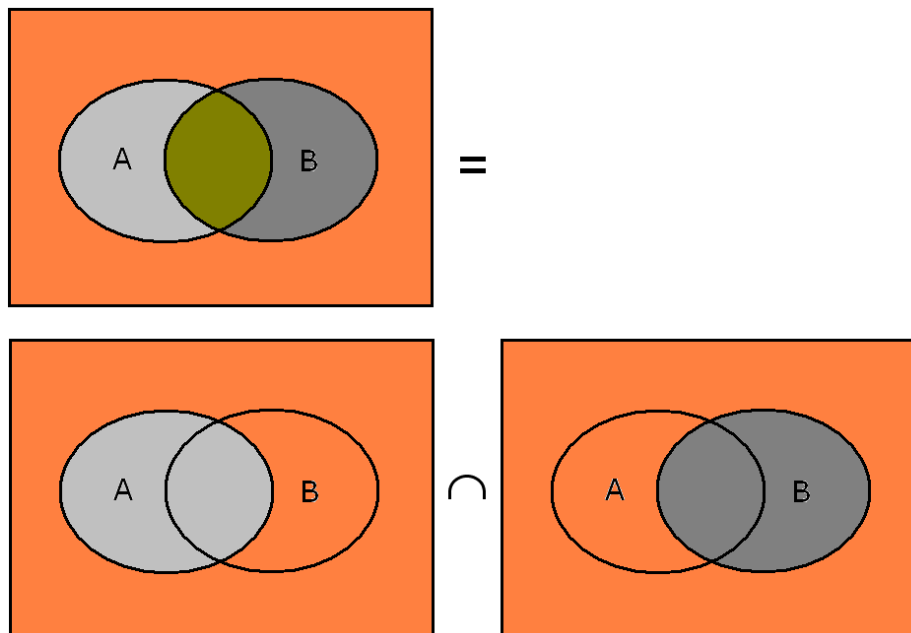
Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Propriedades

(4) $A \subset B$ se, e somente se, $B^c \subset A^c$

(5) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ e

$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$



Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Conjunto das partes

$$P(A) = \{X \mid X \subset A\}$$

Exemplo: Dados os conjuntos $A = \{a\}$, $B = \{a, b\}$ e $C = \{a, b, c\}$, temos que

$$P\{\Phi\} = \{\Phi\}$$

$$n(P(A)) = 2^0 = 1$$

$$P(A) = \{\Phi, A\}$$

$$n(P(A)) = 2^1 = 2$$

$$P(B) = \{\Phi, \{a\}, \{b\}, B\}$$

$$n(P(A)) = 2^2 = 4$$

$$P(C) = \{\Phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, C\}$$

$$n(P(A)) = 2^3 = 8$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Conjuntos. Exemplos.

Considere o conjunto de todos os carros vendidos em uma certa concessionária. Um vendedor classificou os carros em três subconjuntos, de acordo com os opcionais de cada carro.

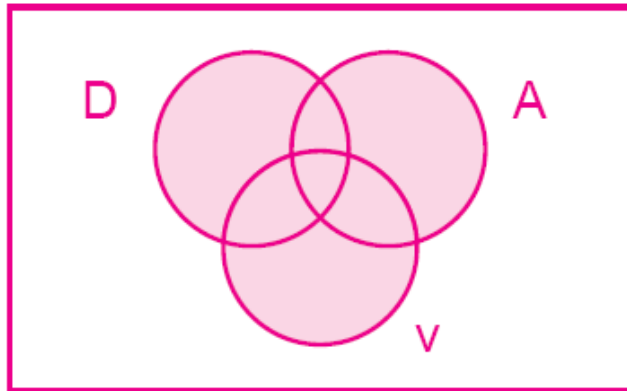
$D = \{\text{carros com direção hidráulica}\},$

$A = \{\text{carros com ar-condicionado}\},$

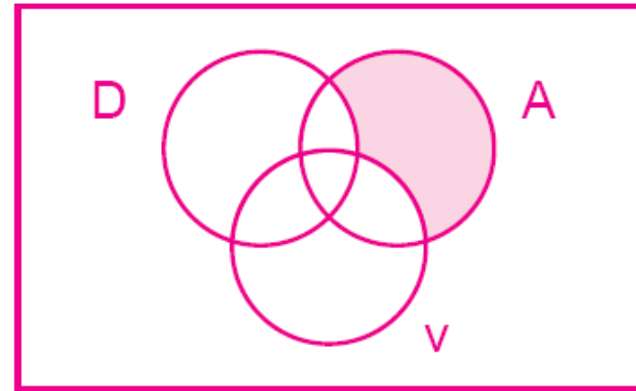
$V = \{\text{carros com vidro elétrico}\}.$

Os diagramas abaixo representam as seguintes situações:

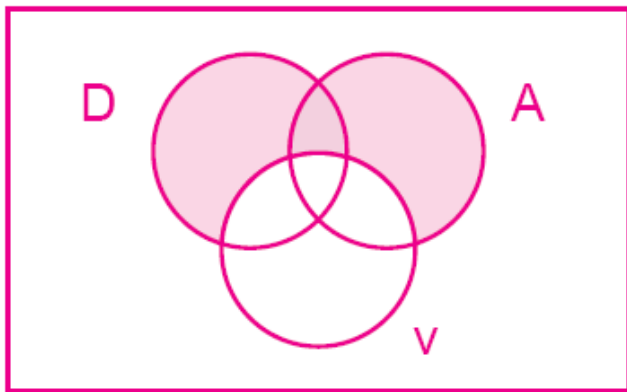
Fund. De Matemática para Comp



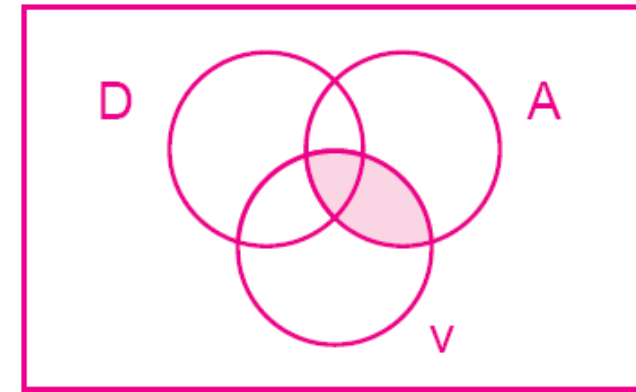
Carros com, pelo menos, alguma das três opções.



Carros com ar-condicionado, mas sem direção hidráulica e sem vidro elétrico.

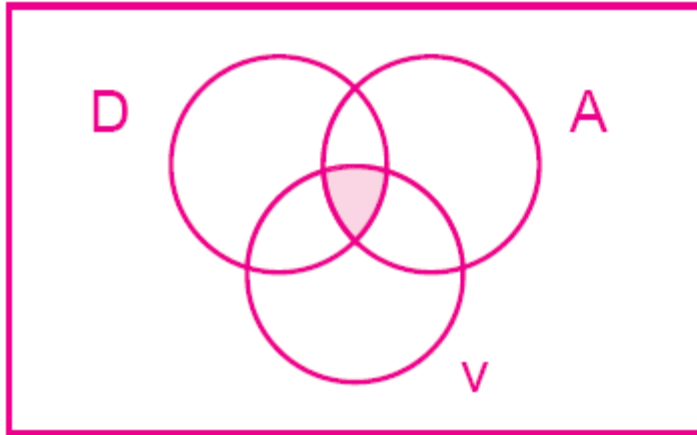


Carros com direção hidráulica ou ar-condicionado, mas sem vidro elétrico.

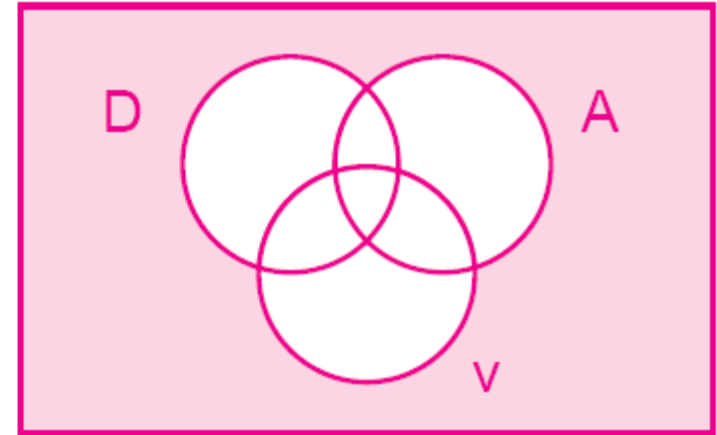


Carros com vidro elétrico e ar-condicionado.

Fund. De Matemática para Comp



Carros com vidro elétrico, ar-condicionado e direção hidráulica.



Conjunto dos carros vendidos sem nenhum dos três opcionais.

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Conjuntos Numéricos

$$\mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots \}$$

$$\mathbb{N}_* = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots \}$$

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

$$\mathbb{Z}_* = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Conjuntos Numéricos

$$Q = \{ p/q \mid p, q \text{ são inteiros e } q \neq 0 \}$$

$$Q_* = \{ p/q \mid p, q \text{ são inteiros e } p, q \neq 0 \} = Q - \{0\}$$

$$I = \{ x \mid x \text{ não é uma dízima periódica} \}$$

$$R = Q \cup I = \{ x \mid x \text{ é racional ou irracional} \}$$

Fund. De Matemática para Comp

Os meios para que a tua vida seja plena, são dados a ti a cada momento (Dalai Lama) .

A vida está disponível para que possas usufruir do que ela tem de melhor (Dalai Lama) .

Não percas tempo com escolhas que de nada te valerão para evoluir (Dalai Lama) .

Acomodar-se em águas paradas apenas traduz o medo de mudanças, e estas são necessárias para que possamos reencontrar a nossa harmonia, a nossa paz interior (Dalai Lama) .

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Intervalos de números reais

Intervalos abertos

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$$



$$(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < \infty\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$$



Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Intervalos de números reais

Intervalos abertos

$$(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < b\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$$



$$(-\infty, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\} = \mathbb{R}$$



Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Intervalos de números reais

Intervalos fechados e semi-abertos

$$[a, b] = \{ x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b \}$$



$$[a, b) = \{ x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b \}$$



Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Intervalos de números reais

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$



$$[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < \infty\}$$



$$(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$$



Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Intervalos de números reais. Exemplos

$$[2, 7] = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 7\}$$

$$(2, 7) = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 7\}$$

$$[2, 7) = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 7\}$$

$$(2, 7] = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 7\}$$

$$[2, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < \infty\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}$$

$$(2, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < \infty\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$$

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Exercícios

Após uma pesquisa realizada numa cidade, constatou-se que as famílias que consomem arroz não consomem macarrão. Sabe-se que 40% consomem arroz; 30% consomem macarrão; 15% consomem feijão e arroz; 20% consomem feijão e macarrão; 60% consomem feijão. Calcule a percentagem correspondente às famílias que não consomem nenhum desses três produtos.

- (A) 4% (B) 5% (C) 6% (D) 7% (E) 8%

Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Exercícios

$$A + D + E + G = \text{arroz};$$

$$B + D + G + F = \text{macarrão};$$

$$C + E + G + F = \text{feijão}$$

quem consome arroz

não consome macarrão;

$$D = 0 \text{ e } G = 0$$

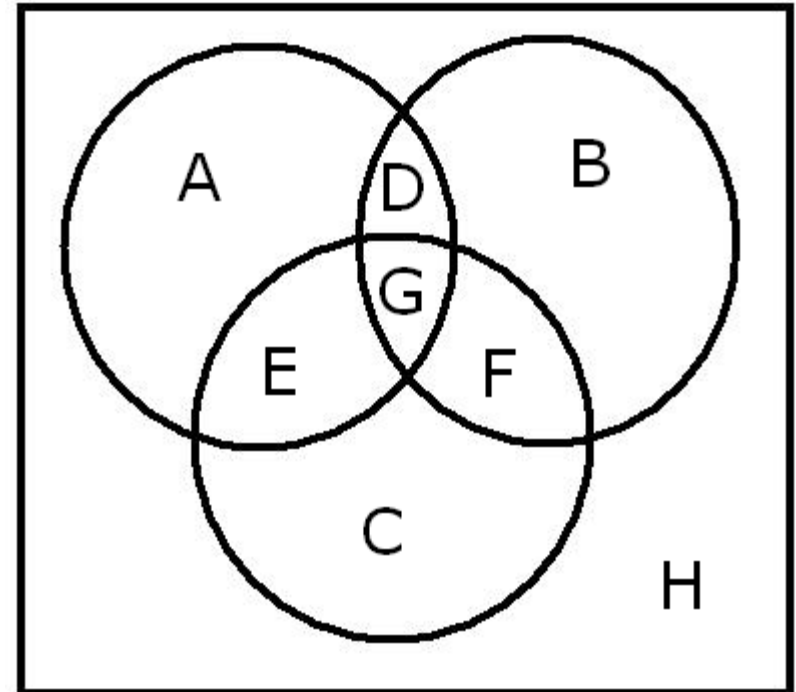
40% consomem arroz;

$$A + E = 40$$

30% consomem macarrão; $B + F = 30$

15% consomem feijão e arroz; $E = 15$

20% consomem feijão e macarrão; $F = 20$



Fund. De Matemática para Comp

Módulo I – Exercícios

$$A + E = 40 \text{ e } E = 15 \Rightarrow A = 25;$$

$$B + F = 30 \text{ e } F = 20 \Rightarrow B = 10;$$

60% consomem feijão \Rightarrow

$$C + E + G + F = 60 \text{ e } G = 0 \Rightarrow$$

$$C + 15 + 0 + 20 = 60 \Rightarrow C = 25$$

$$A + B + C + D + E + F + G =$$

$$25 + 10 + 25 + 0 + 15 + 20 + 0 = 95$$

$$100 - 95 = 5$$