7 Anuidades imediatas, rendas, série de pagamentos, desembolsos.

Trataremos como anuidades todas as operações financeiras que envolvem pagamentos ou recebimentos parcelados.

7.1 Dados que compõem a anuidade.

PMT – parcela, prestação, depósito ou qualquer outra expressão que possa ser utilizada para definir o valor a ser pago ou recebido em cada momento.

i – taxa de juros cobrada ou recebida.

n – número de pagamentos.

VP – valor presente, valor atual.

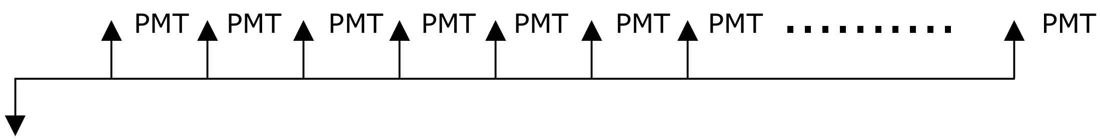
VF – valor futuro, saldo na última data considerada.

FVP(n/i) – fator para calcular o valor presente.

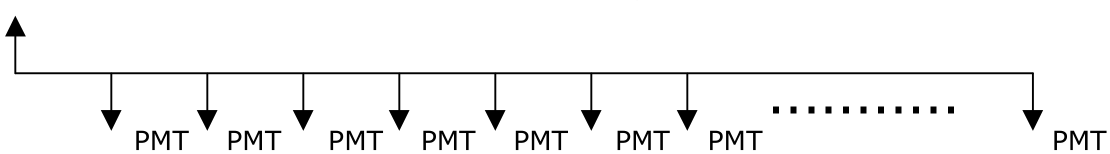
FVF(n/i) – fator para calcular o valor futuro ou montante.

7.2 Fluxo de caixa.

a) Do ponto de vista de quem vai receber os pagamentos



b) Do ponto de vista de quem vai fazer os pagamentos



7.3 Série de pagamento postecipada.

São aquelas em que o primeiro pagamento ou recebimento ocorre no momento 1; este sistema é também conhecido de sistema de pagamento ou recebimento sem entrada.

7.3.1 Dada a prestação (PMT) achar o valor presente (VP).

$$VP = \frac{PMT}{1+i} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \frac{PMT}{(1+i)^3} + \frac{PMT}{(1+i)^4} + \ldots + \frac{PMT}{(1+i)^n}$$ (Progressão geométrica)

$$S = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \quad \text{onde } a_1 = \frac{PMT}{1+i} \quad e \quad q = \frac{1}{1+i}$$

$$VP = \frac{\frac{PMT}{1+i}\left(1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^n\right)}{1-\frac{1}{1+i}} = \frac{\frac{PMT}{1+i}\left(1-\frac{1}{(1+i)^n}\right)}{1-\frac{1}{1+i}} = \frac{\frac{PMT}{1+i}\left(\frac{(1+i)^n-1}{(1+i)^n}\right)}{\frac{i}{1+i}}$$

$$VP = \frac{PMT}{1+i}\left(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n}\right)\frac{1+i}{i} = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i}\right)$$

$$FVP(n/i) = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i} \qquad VP = PMT \times FVP(n/i)$$

7.3.2 Exercícios.

(01) Calcular o valor de um financiamento a ser quitado através de seis pagamentos de R$ 1.500,00, vencendo a primeira parcela a 30 dias da liberação dos recursos, sendo de 3,5% a.m. a taxa de juros negociada na operação. Resp.: R$ 7.992,83

$$VP = 1500{,}00\left(\frac{(1+0{,}035)^6 - 1}{(1+0{,}035)^6 0{,}035}\right)$$

(02) Um produto é comercializado à vista por R$ 500,00. Qual deve ser o valor da prestação se o comprador resolver financiar em cinco prestações mensais iguais e sem entrada, considerando que a taxa de juros cobrada pelo comerciante seja de 5% ao mês? Resp.: R$ 115,49

$$500{,}00 = PMT\left(\frac{(1+0{,}05)^5 - 1}{(1+0{,}05)^5 0{,}05}\right)$$

(03) Determinar o valor dos depósitos mensais que, quando aplicado a uma taxa de 4% ao mês durante 7 meses, produz um montante de R$ 5.000,00, pelo regime de juros compostos. Resp.: R$ 633,05

$$VP = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i}\right) \qquad VP(1+i)^n = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$$

$$VF = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right) \qquad FVF(n/i) = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$VF = PMT \times FVF(n/i)$$

(04) Um produto é comercializado à vista por R$ 1.750,00. Uma outra alternativa seria financiar este produto a uma taxa de 3% ao mês, gerando uma prestação de R$ 175,81; considerando que o comprador escolha a Segunda alternativa, determinar a quantidade de prestações deste financiamento. Resp.: 12

$$VP = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i}\right) \qquad 1750{,}00 = 175{,}81\left(\frac{(1+0{,}03)^n - 1}{(1+0{,}03)^n 0{,}03}\right)$$

(05) Um poupador deposita R$ 150,00 por mês em uma caderneta de poupança; após um determinado tempo observou-se que o saldo da conta era de R$ 30.032,62. Considerando uma taxa média de poupança de 0,8% ao mês, determine a quantidade de depósitos efetuado por este poupador. Resp.: 186

$$VF = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right) \qquad 30032{,}62 = 150{,}00\left(\frac{(1+0{,}008)^n - 1}{0{,}008}\right)$$

(06) Determinar o valor futuro de um investimento mensal de R$ 1.000,00 durante 5 meses, à taxa de 5% ao mês (SP). Resp.: R$ 5.525,63

(07) Determinar o valor do um investimento necessário para garantir um recebimento anual de R$ 10.000,00, no final de cada um dos próximos 8 anos, sabendo-se que esse investimento é remunerado com uma taxa de 10% ao ano, no regime de juros compostos (SP). Resp.: 53.349,26

(08) Determinar o valor das prestações mensais de um financiamento realizado com a taxa efetiva de 2,5% ao mês, sabendo-se que o valor presente é R$ 1.000,00 e que o prazo é de 4 meses. Resp.: 265,82

(09) Um automóvel custa a vista o valor de 14.480,00, e pode ser financiado em 48 parcelas mensais e iguais, com a taxa de 1,8% ao mês. Determinar o valor das prestações. Resp.: R$ 453,07

(10) Um automóvel custa a vista o valor de 14.480,00, e pode ser financiado com uma entrada de 20% e 48 parcelas mensais e iguais, com a taxa de 1,5% ao mês. Determinar o valor das prestações. Resp.: R$ 340,28

Tabela para resolução de problemas de anuidades postecipadas e antecipadas

PMT	**i**	**1 + i**	**Carência**									
100	**0,0725**	**1,0725**	**1**									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**Soma**	
1		**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**				**600,00**	
0		**93,24**	**86,94**	**81,06**	**75,58**	**70,47**	**65,71**				**473,00**	**= VP**
			VP	**100,00**		**473,00**	**100,00**		**473,00**	**100,00**		
			X	**PMT**		**X**	**150,00**		**2000,00**	**PMT**		

7.4 Série de pagamento antecipada.

São aquelas em que o primeiro pagamento ou recebimento ocorre no momento 0; este sistema é também conhecido de sistema de pagamento ou recebimento com entrada.

7.4.1 Dada a prestação (PMT) achar o valor presente (VP).

$$VP = PMT + \frac{PMT}{(1+i)^1} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \frac{PMT}{(1+i)^3} + ... + \frac{PMT}{(1+i)^{n-1}}$$ (Progressão geométrica)

$$VP = PMT(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i})(1+i) \qquad VP = PMT(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n-1} i}) \qquad FVP(n/i) = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n-1} i}$$

$$VP = PMT \times FVP(n/i)$$

7.4.2 Exercícios.

(11) Uma mercadoria é comercializada em 4 pagamentos iguais de R$ 185,00; Sabendo-se que a taxa de financiamento é de 5% ao mês, e um dos pagamentos foi considerado como entrada, determine o preço a vista desta mercadoria. Resp.: R$ 688,80

$$VP = 185{,}00(\frac{(1+0{,}05)^4 - 1}{(1+0{,}05)^3 0{,}05})$$

(12) Um automóvel que custa à vista R$ 17.800,00 pode ser financiado em 36 pagamentos iguais (um dos pagamentos foi considerado como entrada); sabendo-se que a taxa de financiamento é de 1,99% ao mês, calcule o valor da prestação mensal deste financiamento. Resp.: R$ 683,62

$$17.800{,}00 = PMT(\frac{(1+0{,}0199)^{36} - 1}{(1+0{,}0199)^{35} 0{,}0199})$$

(13) Um produto custa à vista R$ 1.500,00, e foi adquirido a prazo, com uma prestação mensal de R$ 170,72, sendo que a primeira será paga no ato da compra. Sabendo-se que a taxa de juros contratada foi de 3% ao mês, qual a quantidade de prestações deste financiamento? Resp.: 10 meses

$$VP = PMT(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n-1} i}) \qquad 1.500{,}00 = 170{,}72(\frac{(1+0{,}03)^n - 1}{(1+0{,}03)^{n-1} 0{,}03})$$

(14) Um eletrodoméstico é vendido à vista por R$ 1.250,00 e poderá ser financiado em até 12 meses com a taxa de 1% ao mês, para tanto o comprador deverá dar uma entrada de 35% do valor total da compra; sabe-se ainda que o lojista cobra R$ 20,00 a título de tarifa para

consultar o cadastro. Pergunta-se: qual será o valor da prestação, se o comprador optar pelo prazo máximo de financiamento. Resp.: R$ 72,19

$$PMT_0 = 1.250,00 \times 0,35 = 437,50$$

$$VP = 1.250,00 - 437,50 = 812,50 \qquad 832,50 = PMV\left(\frac{(1+0,01)^{12}-1}{(1+0,01)^{12}0,01}\right)$$

(15) Um poupador necessita acumular nos próximos 5 anos a importância de R$ 37.500,00, e acredita que, se na data de hoje abrir uma caderneta de poupança no Banco Popular S. A., com depósitos mensais de R$ 500,00, ele terá o valor de que precisa. Considerando que a poupança paga, em média, uma taxa de 0,8% ao mês, pergunta-se: o nosso amigo poupador vai conseguir acumular o valor de que precisa? Resp.: R$ 38.618,43

$$VF = PMT\left(\frac{(1+i)^n-1}{i}\right)(1+i) \qquad FVF(n/i) = \left(\frac{(1+i)^n-1}{i}\right)(1+i)$$

$$VF = PMT \times FVF(n/i) \qquad VF = 500,00\left(\frac{(1+0,008)^{60}-1}{0,008}\right)(1+0,008)$$

(16) Considere o nosso poupador do exercício anterior, que se depositar R$ 500,00 na data de hoje, para resgatar ao final de 5 anos a importância de R$ 37.500,00, deverá resgatar um pouco mais. Considerado a mesma taxa, ou seja, 0,8% ao mês, de quanto deverá ser o valor de cada depósito para que o nosso poupador consigaacumular exatamene o valor de R$ 37.500,00? Resp.: R$ 485,52