

5.2 Taxa Over mensal equivalente.

Para determinar a rentabilidade por dia útil

onde ndu = número de dias úteis.
$$i_{du} = (1 + i_{eq})^{\frac{1}{ndu}} - 1$$

Taxa Over mensal $\implies i_{ov} = i_{du} \times 30 = ((1 + i_{eq})^{\frac{1}{ndu}} - 1) \times 30$

(28) O gerente financeiro da empresa **Investimentos S/A** cotou taxas de CDB (Certificado de Depósito Bancário) em dois bancos. No banco A, foi oferecido uma taxa de 28,00% a.a. para uma aplicação de 63 dias, considerando 43 dias úteis. Enquanto o banco B oferece uma taxa de 26,00% a.a. para 32 dias, considerando 19 dias úteis. Qual é a melhor aplicação? Resp. A aplicação do banco B.

(29) Um título público, com valor de resgate igual a R\$ 1.000,00 é adquirido por um banco 28 dias antes de seu vencimento por R\$ 985,00.

(a) qual a taxa de rendimento do título no período?

(b) qual a taxa de rendimento por dia útil do papel, sabendo-se que há no período 20 dias úteis?

(c) Qual a taxa Over mensal de rentabilidade do papel?

Resp. 1,52% a.p.; 0,0756% a.d.u.; 2,268% a.m.

(30) **(L-3)** Uma instituição financeira aplicou R\$ 20.000.000,00 em um CDI de outra instituição por 1 dia útil à taxa de 19% a.a. com base em 252 dias úteis.

(a) qual o montante?

(b) qual a taxa efetiva por dia útil?

(c) qual a taxa over mensal?

Resp. R\$ 20.013.810,58; 0,0691% a.d.u.; 2,073% a.m.

(31) Um título governamental com valor de face (valor de resgate) igual a R\$ 10.000,00 é vendido 60 dias antes do vencimento (sendo 42 dias úteis). Se o banco comprador deseja Ter uma taxa de rentabilidade de 0,08% a.d.u. (ao dia útil), qual o preço que deverá aceitar para a compra do papel? Resp. R\$ 9.669,71

(32) Um título público com valor de face (valor de resgate) igual a R\$ 10.000,00 é vendido para um banco 83 dias antes do vencimento (sendo 42 dias úteis). Se o banco comprador pretende ganhar uma taxa de over mensal de 2,2% a.m. (ao mês), qual o preço que deverá pagar pelo papel? Resp. R\$ 9.409,70

(33) Um banco aplicou um excedente de caixa no valor de R\$ 24.000.000,00 num CDI por 1 dia a uma taxa over de 2,4% a.m.. (a) qual o montante? (b) qual a taxa por dia (c) qual a taxa anual da aplicação (base: ano de 252 dias)? Resp. R\$ 24.019.200,00; 0,08%; 22,33%a.a.

5.3 Taxa acumulada de juros com taxas variáveis.

A taxa de juros com taxas variáveis é utilizada em situações de correções como, atualização de aluguéis, saldo devedor da casa própria e contratos em geral.

A composição das taxas pode ocorrer com taxas positivas ou com taxas negativas.

i_{ac} – taxa acumulada

$$1 + i_{ac} = (1 + i_1)(1 + i_2)(1 + i_3) \dots (1 + i_n)$$

$$i_{ac} = (1 + i_1)(1 + i_2)(1 + i_3) \dots (1 + i_n) - 1$$

(34) Com base na tabela a seguir, calcular a variação do IGP-M (FGV) acumulada durante os meses de Jan/2001 a Mai/2001. Resp. 3,31% a. p.

	IGP-M
Jan/2001	0,62
Fev/2001	0,23
Mar/2001	0,56
Abr/2001	1,00
Mai/2001	0,86

(35) Calcular a taxa acumulada de juros à seguinte seqüência de taxas: 5%, 3%, -1,5%, -2% e 6,5%. Resp. 11,18% ao período.

5.4 Taxa média de juros.

A taxa média de juros tem como base teórica o conceito estatístico da média geométrica.

I_m - taxa média

$$(1+i_m)^n = (1+i_1)(1+i_2)(1+i_3) \dots (1+i_n)$$

$$1+i_m = [(1+i_1)(1+i_2)(1+i_3) \dots (1+i_n)]^{\frac{1}{n}}$$

$$i_m = [(1+i_1)(1+i_2)(1+i_3) \dots (1+i_n)]^{\frac{1}{n}} - 1$$

(36) Com base na tabela a seguir, calcular a taxa média do IGP-M (FGV) acumulada durante os meses de Jan/2001 a Mai/2001. Resp. 0,65% a. m.

	IGP-M
Jan/2001	0,62
Fev/2001	0,23
Mar/2001	0,56
Abr/2001	1,00
Mai/2001	0,86

(37) Calcular a taxa média de juros à seguinte seqüência de taxas: 5%, 3%, -1,5%, -2% e 6,5%. Resp. 2,14% a. m.

5.5 Taxa real de juros.

A taxa real de juros nada mais é do que a apuração de ganho ou perda em relação a uma taxa de inflação ou de um custo de oportunidade.

Se um capital VP é aplicado durante certo período a uma taxa i por período, o montante resultante será:

$$M_1 = C (1+i)$$

Se no mesmo período a taxa de inflação for i_{inf} , o capital corrigido monetariamente pela inflação será:

$$M_2 = C (1+i_{inf})$$

Assim, o percentual do ganho ou perda real, será:

$$i_r = \frac{M_1 - M_2}{M_2} = \frac{M_1}{M_2} - 1 = \frac{C(1+i)}{C(1+i_{inf})} - 1 = \frac{1+i}{1+i_{inf}} - 1$$

- (38) Uma aplicação durante o ano de 2001 rendeu 9,5% ao ano, sabendo-se que a taxa de inflação do período foi de 5,8% ao ano, determine a taxa real de juros. Resp. 3,5% ao ano.

5.6 Taxa efetiva e taxa líquida de juros.

O conceito de **taxa efetiva** de juros pode ser entendido como sendo o ganho real para uma aplicação, para um determinado período, sem considerarmos a taxa de inflação. Seu conceito é muito semelhante ao da taxa equivalente.

A **taxa líquida** quando é reduzida de possíveis custos financeiros.

- (39) Uma aplicação paga 25% ao ano para um período de 30 dias, sabendo-se que a taxa de inflação do mesmo período é de 18% ao ano e que o governo tributa o rendimento das aplicações em 15%; calcular a taxa efetiva, a taxa líquida, a taxa real de juros e o rendimento para uma aplicação de R\$ 20.000,00. Resp. 3,5% ao ano.

Taxa efetiva para 30 dias:

$$i_{ef} = (1+i)^{\frac{QT}{360}} - 1 = (1+0,25)^{\frac{30}{360}} - 1 = 0,018769 = 1,8769\% \text{ ao mês.}$$

Taxa efetiva de inflação para 30 dias:

$$i_{ei} = (1+i)^{\frac{QT}{360}} - 1 = (1+0,18)^{\frac{30}{360}} - 1 = 0,013888 = 1,3888\% \text{ ao mês.}$$

Taxa real:

$$i_r = \frac{1+i}{1+i_{inf}} - 1 = \frac{1+0,018769}{1+0,013888} - 1 = 0,004814 = 0,4814\% \text{ ao mês.}$$

Rendimentos:

$$VF = VP (1+i_{ef}) = 20.000,00 (1+0,018769) = 20.375,39$$

$$J = VF - VP = 20.375,39 - 20.000,00 = 375,39$$

Rendimento líquido:

$$RL = R (1-i_{im}) = 375,39 (1-0,015) = 319,08$$

Taxa líquida:

$$i_L = \frac{RL}{VP} = \frac{319,08}{20.000,00} = 0,015954 = 1,5954\%$$

- (40) Determinar a taxa anual equivalente a 2% ao mês. Resp. 26,82% ao ano.
- (41) Determinar a taxa mensal equivalente a 60,103% ao ano. Resp. 4,0% ao mês.
- (42) Determinar a taxa anual equivalente a 0,1612% ao dia. Resp. 78,58% ao ano.
- (43) Determinar a taxa trimestral equivalente a 39,46% em dois anos. Resp. 4,25% ao trimestre.
- (44) **(L-8)** Uma determinada revista de informações financeiras apresentou as seguintes taxas de CDIs: Fev = 2,11%; Mar = 2,18%; Abr = 1,69%; Mai = 1,63%; Jun = 1,60% e Jul = 1,69% para o ano de 1998. Pergunta-se: (a) Qual a taxa média no período? (Resp. 1,82% ao mês) (b) Qual a taxa acumulada no período? (Resp. 11,41% ao período)

- (45) Suponhamos que uma empresa contrate um financiamento de capital de giro no valor de R\$ 125.519,92, por 3 meses, tendo de pagar no final R\$ 148.020,26. Qual a taxa média desta aplicação. Resp. 5,65% ao mês.
- (46) O senhor **Dúvidas** pretende investir R\$ 16.500.000,00 em uma aplicação no **Banco dos Palmeirenses S/A** que paga 45,5% ao ano por 30 dias corridos e correspondentes a 21 dias úteis. Suponha que o **Banco dos Corinthians S/A** pague 45% ao ano por 33 dias corridos e correspondentes a 22 dias úteis. Você foi contratado como Gerente Financeiro(a) e encontra-se em período de experiência. Na sua opinião, qual dos dois seria melhor para o aplicador. Resp. A melhor taxa é do **Banco dos Corinthians S/A**.
- (47) Se o preço de um produto de dezembro de 2000 foi de R\$ 1.580,00 e em janeiro de 2001 foi de R\$ 1.780,00, o índice de preço correspondente foi de: Resp.: 12,66%.
- (48) **(L-8)** Suponha que no mês base o preço médio de uma cesta básica seja de R\$ 33,50 e nos três meses subsequentes seja R\$ 42,85, R\$ 65,00 e R\$ 72,25, respectivamente. Obter a inflação acumulada. Resp.: 115,67%
- (49) Um capital foi aplicado por um ano, à taxa de juros de 11% ao ano, e no mesmo período a inflação foi de 9% ao ano. Qual a taxa real de juros? Resp.: 1,83%
- (50) Calcular a taxa mensal de juros pelo regime de capitalização simples para uma taxa de 60% ao ano e para o regime de juros composto por uma taxa de 79,59% ao ano. Resp.: 5% ao mês e 5% ao mês.
- (51) **(L-8)** Uma indústria deseja ampliar a capacidade produtiva de sua fábrica. Foi calculado que a taxa de retorno deste investimento é 15,00% ao ano. Sabe-se que esta fábrica possui uma rentabilidade real de seus projetos de 5% ao ano. Qual será a rentabilidade real desse projeto se a taxa de inflação do período for de 12,50% ao ano? Considerando a política de rentabilidade da empresa este projeto deve ser aceito? Resp.: 2,22% ao ano. O projeto não deve ser aceito.
- (52) Calcule a taxa acumulada e a média das taxas 5%, 2%, 1%, -3,5% e 4%. Resp.: taxa acumulada = 8,56% ao período; taxa média = 1,66%
- (53) Qual a melhor taxa para aplicação? 0,1% ao dia ou 40% ao ano. Resp.: 0,1% ao dia.
- (54) **(L-8)** Considere uma aplicação em CDB de 19,5% ao ano para um período de 33 dias. Observe ainda que a taxa de inflação para o mesmo período foi de 15% ao ano. Sabendo que o rendimento desta aplicação pagará imposto de 15%, pergunta-se: Qual a taxa efetiva desta aplicação? Qual a taxa real de juros? Resp.: Taxa efetiva = 1,65 ao período; taxa líquida = 1,40% e taxa real = 0,1087% ao período.
- (55) Em dois anos sucessivos, um determinado produto aumentou 10% e 12% respectivamente. Qual a taxa de aumento acumulada no período? Resp.: 23,2%
- (56) **(L-8)** Em janeiro, fevereiro, março e abril, o preço de um produto teve respectivamente os seguintes aumentos: 2%, 5%, 3,6% e 7%. Qual a taxa acumulada de aumento no quadrimestre? Resp.: 18,72%
- (57) A taxa de inflação acumulada em 5 meses foi de 8%. Qual deverá ser a taxa de inflação no 6º mês para que a taxa acumulada no semestre seja 10%? Re: 1,85%

6 Desconto.

Desconto é o abatimento feito no valor nominal de uma dívida, quando ela é negociada antes do seu vencimento.

Podemos classificar os tipos de descontos como **simples** e **compostos**.



6.1 Desconto racional simples ou por dentro.

DRS = Desconto Racional Simples

VN = Valor Nominal = Valor de face = Valor do título apresentado na data do vencimento.

VL = Valor Líquido = valor negociado antes do vencimento

i_d = taxa de desconto

T = prazo de desconto

$$DRS = VN - VL = VL \times i_d \times t$$

$$VN = VL (1 + i_d t) \qquad VL = \frac{VN}{1 + i_d t}$$

(58) Um título de valor nominal de R\$ 25.000,00 é descontado 2 meses antes do seu vencimento, à taxa de juros simples de 2,5% ao mês. Qual o desconto racional?
Resp. VN = R\$ 25.000,00; VL = R\$ 23.809,52; DRS = R\$ 1.190,48

6.2 Desconto bancário ou comercial ou por fora.

Podemos definir o Desconto Bancário (DBS), ou Desconto Comercial (DCS), como o valor obtido pelo cálculo do juro simples sobre o valor nominal de um determinado compromisso antes do seu vencimento.

$$DBS = VN - VL = VN \times i_d \times t$$

$$VL = VN (1 - i_d t) \qquad VN = \frac{VL}{1 - i_d t}$$

(59) Um título de valor nominal de R\$ 25.000,00 é descontado 2 meses antes do seu vencimento, à taxa de juros simples de 2,5% ao mês. Qual o desconto racional?
Resp. VN = R\$ 25.000,00; VL = R\$ 23.750,00; DRS = R\$ 1.250,00

(60) Uma duplicata no valor de R\$ 25.000,00 é descontada em um banco 2 meses antes do seu vencimento, à taxa de desconto de 2,5% ao mês. Sabendo-se que o banco cobra 1% a título de despesas administrativas e que o IOF é de 0,0041% ao dia sobre o valor do título, obter o valor recebido pelo portador do título. Uma outra alternativa seria tomar um empréstimo com uma taxa líquida de 2,8% ao mês. Qual a melhor opção?

$$VL = VN - DBS - D_{IOF} - D_{ADM}$$

$$DBS = VN \times i_d \times t = 25.000,00 \times 0,025 \times 2 = 1.250,00$$

$$D_{ADM} = 25.000,00 \times 0,01 = 250,00$$

$$D_{IOF} = 25.000,00 \times 0,00041 \times 60 = 61,50$$

$$VL = 25.000,00 - 1.250,00 - 250,00 - 61,50 = 23.438,50$$

Se considerarmos que o VP = 23.438,50 e VF = 25.000,00, então teremos que

$$i = \frac{VF - VP}{VF \times 2} = \frac{25.000,00 - 23.438,50}{20.000,00} = \frac{1.561,50}{50.000,00} = 0,0312 = 3,12\%$$

A operação de empréstimo com a taxa de 2,8% será a melhor opção.

6.3 Operações com um conjunto de títulos.

(61) Uma empresa apresenta o borderô de duplicatas abaixo, para serem descontadas num banco à taxa de desconto bancário de 3% ao mês. Qual o valor líquido recebido pela empresa?

Duplicata	Valor (R\$)	Prazo vencimento (em dias)
A	2.500,00	25
B	3.500,00	57
C	6.500,00	72
D	8.000,00	85
E	12.000,00	92
F	15.000,00	102

Solução:

Duplicata	Valor (R\$)	Prazo vencimento (em dias)	DBS 3% a.m.	DBS Período (dias)
A	2.500,00	25	75,00	62,50
B	3.500,00	57	105,00	199,50
C	6.500,00	72	195,00	468,00
D	8.000,00	85	240,00	680,00
E	12.000,00	92	360,00	1104,00
F	15.000,00	102	450,00	1530,00
Total	47.500,00			4044,00

6.4 Prazo médio de um conjunto de títulos.

$$PM = \frac{VN_1 \times N_1 + VN_2 \times N_2 + \dots + VN_N \times N_N}{VN_1 + VN_2 + \dots + VN_N} \quad \text{onde}$$

VN_I - é o valor nominal do título N_I

(62) Uma empresa apresenta o borderô de duplicatas abaixo, para serem descontadas num banco à taxa de desconto bancário de 3% ao mês. Qual o valor líquido recebido pela empresa (Utilize o prazo médio para o cálculo)?

Solução:

Duplicata	Valor (R\$)	Prazo vencimento (em dias)	DBS 3% a.m.	DBS Período (dias)
A	2.500,00	25	62500	
B	3.500,00	57	199500	
C	6.500,00	72	468000	58,4
D	8.000,00	85	680000	
E	12.000,00	92	1104000	
F	15.000,00	102	1530000	
Total	47.500,00		4044000	85,136844

Para as duplicatas A, B e C:

$$DBS = VN \times i_d \times t = \frac{12.500,00 \times 0,03 \times 58,4}{30} = 730,00$$

$$VL = 12.500,00 - 730,00 = 11.770,00$$

Para as duplicatas A, B, C, D, E e F:

$$DBS = VN \times i_d \times t = \frac{47.500,00 \times 0,03 \times 85,136844}{30} = 4044,00$$

$$VL = 47.500,00 - 4044,00 = 43.456,00$$

6.5 Desconto racional composto.

$$DRS = VN - VL$$

$$VN = VL (1 + i_d)^{nd}$$

$$VL = \frac{VN}{(1 + i_d)^{nd}}$$

(63) Determinar o desconto racional composto de um título de valor nominal R\$ 5.000,00, considerando uma taxa de juros compostos de 3,5% ao mês, sendo descontado 3 meses antes do seu vencimento. Resp.: R\$ 490,29

6.6 Desconto bancário ou comercial.

$$DBS = VN - VL$$

$$VL = VN (1 - i_d)^{nd}$$

$$VN = \frac{VL}{(1 - i_d)^{nd}}$$

(64) **(L-9)** Uma duplicata no valor de R\$ 25.000,00, 60 dias para o seu vencimento, é descontada a uma taxa de 2,5% ao mês, de acordo com o conceito de desconto composto. Calcular o valor líquido creditado na conta e o valor do desconto concedido. Resp.: VL = R\$ 23.765,63; DBC = R\$ 1.234,38

(65) Qual o valor do desconto comercial simples de um título de R\$ 3.000,00, com vencimento para 90 dias, à taxa de 2,5% ao mês? Resp.: R\$ 225,00

(66) Qual a taxa mensal simples de desconto utilizada numa operação a 120 dias cujo valor nominal é de R\$ 1.000,00 e cujo valor líquido é de R\$ 880,00? Resp.: 3% ao mês.

(67) Calcular o valor líquido de um conjunto de duplicatas descontadas a 2,4% ao mês, conforme o borderô a seguir: (a) R\$ 6.000,00 para 15 dias; (b) R\$ 3.500,00 para 25 dias e (c) 2.500,00 para 45 dias. Resp.: R\$ 11.768,00

- (68) Uma duplicata de R\$ 32.000,00 com 90 dias a decorrer até o seu vencimento, foi descontada por um banco à taxa de 2,70% ao mês. Calcular o valor líquido entregue ou creditado ao cliente. Resp.: R\$ 29.408,00
- (69) Determinar quantos dias faltam para o vencimento de uma duplicata, no valor de R\$ 9.800,00, que sofreu um desconto de R\$ 448,50 à taxa de 18% ao ano. Resp.: 92 dias.
- (70) **(L-9)** Calcular o valor do desconto composto concedido num Certificado de Depósito Bancário, de valor de resgate igual a R\$ 128.496,72, sabendo-se que faltam 90 dias para o seu vencimento e que a taxa de desconto é de 2,8% ao mês. Resp.: R\$ 10.494,32
- (71) Um título com valor nominal de R\$ 110.000,00 foi resgatado 2 meses antes do seu vencimento, sendo-lhe por isso concedido um desconto racional simples à taxa de 60% ao mês. Neste caso, de quanto foi o valor pago pelo título? Resp.: R\$ 50.000,00
- (72) Um título com valor nominal de R\$ 3.836,00 foi resgatado 4 meses antes do seu vencimento, tendo sido concedido um desconto racional simples à taxa de 10% ao mês. De quanto foi o valor pago pelo título? Resp.: R\$ 2.740,00
- (73) Um título com valor nominal de R\$ 7.420,00 foi resgatado 2 meses antes do seu vencimento, sendo-lhe por isso concedido um desconto racional simples à taxa de 20% ao mês. Neste caso, de quanto foi o valor pago pelo título? Resp.: R\$ 5.300,00
- (74) Uma pessoa pretende saldar uma dívida cujo valor nominal é de R\$ 2.040,00, 4 meses antes de seu vencimento. Qual o valor que deverá pagar pelo título, se a taxa racional simples usada no mercado é de 5% ao mês? Resp.: R\$ 1.700,00
- (75) **(L-9)** Admita-se que uma duplicata tenha sido submetida a 2 tipos de descontos. No primeiro caso, a juros simples, a uma taxa de 10% ao ano, vencível em 180 dias, com desconto comercial (por fora). No segundo caso, com desconto racional (por dentro), mantendo as demais condições. Sabendo-se que a soma dos descontos, por fora e por dentro, foi de R\$ 635,50. Qual o valor do título? Resp.: R\$ 6.510,00
- (76) Um título com vencimento em 18/02/1998 foi descontado em 20/11/1997. Se o desconto comercial simples foi de R\$ 300,00 e a taxa mensal foi de 4%, o valor nominal desse título era: Resp.: R\$ 2.500,00
- (77) **(L-9)** Você possui uma duplicata cujo valor de face é de R\$ 150,00. Essa duplicata vence em 3 meses. O banco com o qual você normalmente opera, além da taxa normal de desconto mensal (simples por fora), também fará uma retenção de 15% do valor de face da duplicata a título de saldo médio, permanecendo bloqueado em sua conta este valor desde a data do desconto até a data do vencimento da duplicata. Caso você desconte a duplicata no banco você receberá líquidos, hoje, R\$ 105,00. A taxa de desconto que mais se aproxima da taxa praticada por este banco é: Resp.: 5% ao mês.
- (78) Em uma operação de resgate de um título, a vencer em 4 meses, a taxa anual empregada deve ser de 18%. Se o desconto comercial simples excede o racional simples em R\$ 18,00, o valor nominal do título é: Resp.: R\$ 5.300,00
- (79) João deve a um banco R\$ 190.000,00 que vencem daqui a 30 dias. Por não dispor de numerário suficiente, propõe a prorrogação da dívida por mais 90 dias. Admitindo-se a data focal atual (zero) e que o banco adote a taxa de desconto

comercial simples de 72% ao ano, o valor do novo título será de: Resp.: R\$ 235.000,00

- (80) **(L-9)** Uma pessoa possui um financiamento (taxa de juros simples de 10% ao mês). O valor total dos pagamentos a serem efetuados, juro mais principal, é de R\$ 1.400,00. As condições contratuais prevêm que o pagamento deste financiamento será efetuado em duas parcelas. A primeira parcela, no valor de 70% do total dos pagamentos, será paga no final do quarto mês, e a Segunda parcela, no valor de 30% do total dos pagamentos, será paga ao final do décimo primeiro mês. O valor financiado é: Resp.: R\$ 900,00.
- (81) O desconto comercial simples de um título 4 meses antes do seu vencimento é de R\$ 600,00. Considerando uma taxa de 5% ao mês, obtenha o valor correspondente no caso de um desconto racional simples. Resp.: R\$ 500,00