

1. Introdução. Regra de três e percentagem.

1.1 Regra de três simples.

Regra de três simples é um processo prático para resolver problemas que envolvam quatro valores dos quais conhecemos três deles. Devemos, portanto, determinar um valor a partir dos três já conhecidos.

Passos utilizados numa regra de três simples: Construir uma tabela, agrupando as grandezas da mesma espécie em colunas e mantendo na mesma linha as grandezas de espécies diferentes em correspondência. Identificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.

Exemplos: (01) Se 8m de tecido custam 156 reais, qual o preço de 12 m do mesmo tecido?

(D)	
Tecido	Preço
8 m	R\$ 156,00
12 m	X

Observe que as grandezas são diretamente proporcionais, aumentando o metro do tecido aumenta na mesma proporção o preço a ser pago.

$$\frac{8}{12} = \frac{156}{x} \Rightarrow 8x = 12 \times 156 \Rightarrow x = \frac{12 \times 156}{8} \Rightarrow x = \frac{12 \times 156}{4 \times 2} \Rightarrow x = 3 \times 78 = 234$$

(02) Um carro, à velocidade de 60km/h, faz certo percurso em 4 horas. Se a velocidade do carro fosse de 80km/h, em quantas horas seria feito o mesmo percurso?

(I)	
Velocidade	Tempo gasto para o Percurso
60 km	4 horas
80 km	X

Observe que as grandezas são inversamente proporcionais, aumentando a velocidade o tempo diminui na razão inversa.

$$\frac{60}{80} = \frac{x}{4} \Rightarrow 8x = 6 \times 4 \Rightarrow x = \frac{6 \times 4}{8} \Rightarrow x = \frac{6 \times 4}{4 \times 2} \Rightarrow x = 3$$

1.2 Regra de três composta.

A regra de três composta é utilizada em problemas com mais de duas grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

Exemplo: (01) Em 8 horas, 20 caminhões descarregam 160 m³ de areia. Em 5 horas, quantos caminhões serão necessários para descarregar 125 m³?

(I)		(D)	
Horas	Caminhões	m3 de areia	
8 h	20 c	160 m3	
5 h	X	125 m3	

Aumentando o número de horas de trabalho, podemos diminuir o número de caminhões. Portanto a relação é inversamente proporcional (seta para cima na 1ª coluna).

Aumentando o volume de areia, devemos aumentar o número de caminhões. Portanto a relação é diretamente proporcional (seta para baixo na 3ª coluna). Devemos igualar a razão que contém o termo x com o produto das outras razões de acordo com o sentido das setas.

$$\frac{20}{x} = \frac{160}{125} \times \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{20}{x} = \frac{20}{25} \Rightarrow 20x = 25 \times 20 \Rightarrow x = \frac{25 \times 20}{20} \Rightarrow x = 25$$

Exercícios: (10) Resolver os seguintes exercícios:

- (01) Comprei 10 canetas por R\$ 5,00. Quanto pagarei por 16 canetas? Resp.: R\$ 8,00
- (02) **(L-1)** Com 10 pedreiros podemos construir um muro em 2 dias. Quantos dias levarão 5 pedreiros para fazer o mesmo trabalho? Resp.: 4 dias
- 03) Com uma área de absorção de raios solares de $1,2\text{m}^2$, uma lancha com motor movido a energia solar consegue produzir 400 watts por hora de energia. Aumentando-se essa área para $1,5\text{m}^2$, qual será a energia produzida? Resp.: 500 watts
- (04) Bianca comprou 3 camisetas e pagou R\$120,00. Quanto ela pagaria se comprasse 5 camisetas do mesmo tipo e preço? Resp.: R\$ 200,00
- 05) **(L-1)** Um trem, deslocando-se a uma velocidade média de 400Km/h, faz um determinado percurso em 3 horas. Em quanto tempo faria esse mesmo percurso, se a velocidade utilizada fosse de 480km/h? Resp.: 2,5 horas
- (06) Uma fábrica, em 3 dias de trabalho, produz 360m de tecidos, fazendo funcionar 8 máquinas. Em quantos dias poderá produzir 1.080m de tecidos, fazendo funcionar 6 máquinas? Resp.:
- 07) Uma equipe de operários, trabalhando 8 horas por dia, realizou determinada obra em 20 dias. Se o número de horas de serviço for reduzido para 5 horas, em que prazo essa equipe fará o mesmo trabalho? Resp.:
- 08) **(L-1)** Numa fábrica de brinquedos, 8 homens montam 20 carrinhos em 5 dias. Quantos carrinhos serão montados por 4 homens em 16 dias? Resp.:
- 09) Dois pedreiros levam 9 dias para construir um muro com 2m de altura. Trabalhando 3 pedreiros e aumentando a altura para 4m, qual será o tempo necessário para completar esse muro? Resp.:
- 10) Três torneiras enchem uma piscina em 10 horas. Quantas horas levarão 10 torneiras para encher 2 piscinas? Resp.: 6 horas.
- 11) **(L-1)** Uma equipe composta de 15 homens extrai, em 30 dias, 3,6 toneladas de carvão. Se for aumentada para 20 homens, em quantos dias conseguirão extrair 5,6 toneladas de carvão? Resp.: 35 dias.
- (12) Vinte operários, trabalhando 8 horas por dia, gastam 18 dias para construir um muro de 300m. Quanto tempo levará uma turma de 16 operários, trabalhando 9 horas por dia, para construir um muro de 225m? Resp.: 15 dias.
- 13) Um caminhoneiro entrega uma carga em um mês, viajando 8 horas por dia, a uma velocidade média de 50 km/h. Quantas horas por dia ele deveria viajar para entregar essa carga em 20 dias, a uma velocidade média de 60 km/h? Resp.: 10 horas por dia.
- 14) Com uma certa quantidade de fio, uma fábrica produz 5400m de tecido com 90cm de largura em 50 minutos. Quantos metros de tecido, com 1 metro e 20 centímetros de largura, seriam produzidos em 25 minutos? Resp.: 2025 metros.
- (15) **(L-1)** Doze operários, em 90 dias, trabalhando 8 horas por dia, fazem 36 m de certo tecido. Quantos dias levarão, para fazer 12 m do mesmo tecido, com o dobro da largura, 15 operários, trabalhando 6 horas por dia?

1.3 Porcentagem.

Toda fração de denominador 100, representa uma porcentagem, como diz o próprio nome por cem ou *por cento*.

Exemplos: (01) $\frac{12}{100} = 12\%$ (02) $\frac{5}{100} = 5\%$ (03) $\frac{78}{100} = 78\%$

Observe que o símbolo % que aparece nos exemplos acima significa *por cento*.

Se repararmos em nosso volta, vamos perceber que este símbolo % aparece com muita freqüência em jornais, revistas, televisão e anúncios de liquidação, etc.

Exemplos:

- 01) O crescimento no número de matrícula no ensino fundamental foi de 24%.
- 02) A taxa de desemprego no Brasil cresceu 12% neste ano.
- 03) Desconto de 25% nas compras à vista.

Devemos lembrar que a porcentagem também pode ser representada na forma de números decimal, observe os exemplos.

Exemplos: (01) $\frac{12}{100} = 12\% = 0,12$ (02) $\frac{5}{100} = 5\% = 0,05$
(03) $\frac{78}{100} = 78\% = 0,78$ (04) $\frac{0,3}{100} = 0,3\% = 0,003$

1.4 Trabalhando com porcentagem.

Vamos fazer alguns cálculos envolvendo porcentagens. Exemplos:

01) Qual é a comissão de 10% sobre 800?

100% ----- 800
10% ----- x

$$x = \frac{10 \times 800}{100} = \frac{10}{100} \times 800 = 0,10 \times 800 = 80$$

02) Uma televisão custa 300 reais. Pagando à vista você ganha um desconto de 10%. Quanto pagarei se comprar esta televisão à vista?

100% ----- 300
10% ----- x

$$x = \frac{10 \times 300}{100} = \frac{10}{100} \times 300 = 0,10 \times 300 = 30$$

Portanto, pagarei $300 - 30 = 270$ reais. Logo, pagarei 270 reais.

1.5 Problemas de porcentagem.

01) Um depósito de água tinha 640 litros. Sabendo que se gastaram 15% da quantidade existente, calcule:

- a) Quantos litros se gastaram. Resp.: 96 litros
- b) Que quantidade de água ficou no depósito. Resp.: 544 litros

02) **(L-2)** Um vestido estava marcado com o preço de R\$ 43,00. Sabendo que o dono da loja fez um desconto de 12%, por que preço foi vendido? Resp.: R\$ 37,84

03) **(L-2)** Sobre uma fatura de R\$ 3.679,49 se concede o abatimento de R\$ 93,91. De quantos por cento é este desconto? Resp.: 2,55%

2. Operações sobre mercadorias.**2.1 Vendas com lucro sobre o preço de custo.**

$$\text{Preço de venda} = \text{Preço de custo} + \text{Lucro}$$

$$\text{Lucro} = \text{Taxa} \times \text{Preço de custo}$$

$$\text{Preço de venda} = \text{Preço de custo} (1 + \text{Taxa})$$

- 04) **(L-2)** Por quanto se deve vender uma mercadoria que custou R\$ 4.126,75, para obter uma rentabilidade (lucro) de 6%? Deduza qual é o índice para calcular diretamente o preço de venda? Resp.: R\$ 4.374,35; 1,06
- 05) Um produto comprado por R\$ 4,00 foi vendido por R\$ 6,00. De quanto foi o lucro percentual? Resp.: 50%
- 06) **(L-3)** Um produto custou R\$ 10,00 e foi vendido por R\$ 12,00. De quanto por cento foi o lucro? Resp.: 20%
- 07) **(L-2)** Um comerciante ganha 892,14 sobre o custo de certa mercadoria. A taxa de lucro é de 5%. Qual é o custo? Resp.: R\$ 17.842,80
- 08) **(L-3)** Um comerciante vendeu certas mercadorias com o lucro de 8%, sobre o custo por R\$ 12.393,00. Qual é o seu lucro? Resp.: R\$ 918,00
- 09) Um comerciante vendeu uma certa mercadoria por R\$ 15.825,81 e ganhou R\$ 1.438,71 de lucro. De quanto foi a taxa de lucro obtido nesta negociação? Resp.: 10%
- 10) **(L-3)** Um investidor comprou uma casa por R\$ 50.000,00 e gastou 80% do custo em reparos. Mais tarde vendeu a casa por R\$ 120.000,00. Qual foi o seu lucro? De quanto por cento foi o seu lucro? Resp.: R\$ 30.000,00; 33,33%
- 11) Um negociante ganhou sobre o custo de 32 metros de mercadorias 16% ou R\$ 6,40. Qual foi o custo de cada metro? Resp.: R\$ 1,25
- 12) **(L-2)** Um produto é vendido por R\$ 1.850,00 com 15% sobre o lucro. Se o preço de venda fosse R\$ 2.210,00, qual seria o percentual de lucro? Resp.: 37,38%

2.2 Vendas com lucro sobre o preço de venda.

$$\text{Preço de venda} = \text{Preço de custo} + \text{Lucro}$$

$$\text{Lucro} = \text{Taxa} \times \text{Preço de Venda}$$

$$\text{Preço de Custo} = \text{Preço de venda} (1 - \text{Taxa})$$

- 14) Por quanto se deve vender uma mercadoria que custou R\$ 4.126,75, para obter uma rentabilidade (lucro) de 6% sobre o preço de venda? Deduza qual é o índice para calcular diretamente o preço de venda? Resp.: R\$ 4.390,16; 1,0638
- 15) Um produto comprado por R\$ 4,00 foi vendido por R\$ 6,00. De quanto foi o lucro percentual sobre o preço de venda? Resp.: 33,33%
- 16) Um produto custou R\$ 10,00 e foi vendido por R\$ 12,00. De quanto por cento foi o lucro em relação ao preço de venda? Resp.: 16,67%

- 17) Um comerciante ganha 892,14 sobre o custo de certa mercadoria. A taxa de lucro é de 5% sobre a venda. Qual é o custo? Resp.: R\$ 16.690,66
- 18) Um comerciante comprou certas mercadorias por R\$ 12.393,00 e vendeu com o lucro de 8%, sobre o preço de venda. Qual é o seu lucro? Resp.: R\$ 1.077,65
- 19) Um comerciante vendeu uma certa mercadoria por R\$ 15.825,81 e ganhou R\$ 1.438,71 de lucro. De quanto foi a taxa de lucro sobre o preço de venda obtido nesta negociação? Resp.: 9,09%
- 20) Um investidor comprou uma casa por R\$ 50.000,00 e gastou 80% do custo em reparos. Mais tarde vendeu a casa por R\$ 120.000,00. Qual foi o seu lucro? De quanto por cento foi o seu lucro sobre o preço de venda? Resp.: R\$ 30.000,00; 25,00%
- 21) Um negociante ganhou sobre o preço de venda de 32 metros de mercadorias 16% sobre o preço de venda ou R\$ 6,40. Qual foi o custo de cada metro? Resp.: R\$ 1,05

2.3 Vendas com prejuízo sobre o preço de custo.

$$\text{Preço de venda} = \text{Preço de custo} - \text{Prejuízo}$$

$$\text{Prejuízo} = \text{Taxa} \times \text{Preço de custo}$$

$$\text{Preço de venda} = \text{Preço de custo} (1 - \text{Taxa})$$

- 22) Um objeto comprado por R\$ 80,00 foi vendido por R\$ 60,00. De quanto por cento foi o prejuízo? Resp.: 25%
- 23) Um objeto comprado por R\$ 40,00 é vendido 20% abaixo do custo. De quanto é o prejuízo? Resp.: R\$ 8,00
- 24) Certas mercadorias custaram R\$ 4.800,00 e foram vendidas com o prejuízo de 5,25%. Qual o preço de venda? Resp.: R\$ 4.548,00
- 25) Um objeto foi vendido por R\$ 346,50 com prejuízo de 3,75%. Qual o custo? Resp.: R\$ 360,00
- 26) Um produto foi vendido por R\$ 4751,29 com o prejuízo de 5% sobre o custo. Qual foi o seu prejuízo? Resp.: R\$ 250,07

2.4 Vendas com prejuízo sobre o preço de venda.

$$\text{Preço de venda} = \text{Preço de custo} - \text{Prejuízo}$$

$$\text{Prejuízo} = \text{Taxa} \times \text{Preço de venda}$$

$$\text{Preço de custo} = \text{Preço de venda} (1 + \text{Taxa})$$

- 27) Um objeto comprado por R\$ 80,00 foi vendido por R\$ 60,00. De quanto por cento foi o prejuízo em relação ao preço de venda? Resp.: 33,33%
- 28) Um objeto comprado por R\$ 40,00 é vendido com um prejuízo de 25% em relação ao preço de venda. De quanto é o prejuízo? Resp.: R\$ 8,00
- 29) Certas mercadorias custaram R\$ 4.800,00 e foram vendidas com o prejuízo de 5,54% em relação ao preço de venda. Qual o preço de venda? Resp.: R\$ 4.548,00
- 30) Um objeto foi vendido por R\$ 346,50 com prejuízo de 3,896% em relação ao preço de venda. Qual o custo? Resp.: R\$ 360,00

31) Um produto foi vendido por R\$ 4751,29 com o prejuízo de 5,263% sobre o preço de venda. Qual foi o seu prejuízo? Resp.: R\$ 250,07

32) Um objeto custa R\$ 100,00 e é vendido por R\$ 75,00. Determinar:

- a) a porcentagem de lucro em relação ao preço de custo;
b) a porcentagem de lucro em relação ao preço de venda.

2.5 Aumentos e descontos sucessivos.

Consideremos um valor inicial V , e vamos supor que ele irá sofrer dois aumentos sucessivos de $i_1\%$ e $i_2\%$.

Sendo V_1 o valor após o primeiro aumento, temos

$$V_1 = V + V \times i_1 = V (1 + i_1)$$

Sendo V_2 o valor após o segundo aumento, temos

$$V_2 = V_1 + V_1 \times i_2 = V_1 (1 + i_2) = V (1 + i_1) (1 + i_2)$$

Consideremos um valor inicial V , e vamos supor que ele irá sofrer dois descontos sucessivos de $i_1\%$ e $i_2\%$.

Sendo V_1 o valor após o primeiro desconto, temos

$$V_1 = V - V \times i_1 = V (1 - i_1)$$

Sendo V_2 o valor após o segundo desconto, temos

$$V_2 = V_1 - V_1 \times i_2 = V_1 (1 - i_2) = V (1 - i_1) (1 - i_2)$$

33) O preço de um artigo sofreu dois descontos sucessivos de 15% e 12%. Qual foi a taxa total de descontos? Resp.: 25,2%

34) Uma bolsa é vendida por R\$32,00. Se seu preço sofre dois aumentos sucessivos de 20%, quanto passará a custar? Resp.: R\$ 46,08

35) **(L-3)** Uma bolsa é vendida por R\$32,00. Se seu preço sofre dois aumentos sucessivos de 20%, e a seguir é dado um desconto de 40%, quanto passará a custar? Resp.: R\$ 27,65

36) (Fuvest-SP) Barnabé tinha um salário de R\$ 1,200,00 reais em janeiro. Recebeu aumento de 80% em maio e 80% em novembro. Seu salário atual é:

- a) R\$ 3.072,00 b) R\$ 3.120,00 c) R\$ 1.920,00 d) R\$ 3.888,00
e) R\$ 1.360,00 Resp.: d

37) **(L-3)** (Mackenzie-SP) Um produto teve um aumento total de preço de 61% através de 2 aumentos sucessivos. Se o 1º aumento foi de 15%, então o 2º foi de:

- a) 38% b) 40% c) 42% d) 44% e) 46% Resp.: b

38) (Vunesp-SP) Uma instituição bancária oferece um rendimento de 15% ao ano para depósitos feitos numa certa modalidade de aplicação financeira. Um cliente deste banco deposita 1 000 reais nessa aplicação. Ao final de n anos, o capital que esse cliente terá em reais, relativo a esse depósito, é:

- a) R\$ 1.150,36 b) R\$ 1.520,88 c) R\$ 2.011,36 d) R\$ 1.322,50
e) R\$ 1.749,00 Resp.: c

39) Descontos sucessivos de 20% e 30% são equivalentes a um único desconto de:

- a) 25% b) 26% c) 44% d) 44% e) 50% Resp.: c

40) (Fuvest-SP) A cada ano que passa o valor de um carro diminui em 30% em relação ao seu valor do ano anterior. Se R\$ 22.000,00 for o valor do carro no primeiro ano, o seu valor no oitavo ano será:

- a) R\$ 1.268,26 b) R\$ 1.811,80 c) R\$ 3.697,54 d) R\$ 7.546,00
e) R\$ 15.400,00 Resp.: a

41) (Vunesp-SP) O dono de um supermercado comprou de seu fornecedor um produto por x reais (preço de custo) e passou a revendê-lo com lucro de 50%. Ao fazer um dia de promoções, ele deu aos clientes do supermercado um desconto de 20% sobre o preço de venda deste produto. Pode-se afirmar que, no dia de promoções, o dono do supermercado teve, sobre o preço de custo:

- a) prejuízo de 10%. b) prejuízo de 5%. c) lucro de 20%.
d) lucro de 25%. e) lucro de 30%. Resp.: c

Exercícios diversos:

42) Um produto é comercializado por R\$ 5.460,32. Deste produto podemos descontar alguns impostos na ordem de 8,5%. Qual deverá ser o preço sem impostos? Resp.: R\$ 4.996,19

43) Um comerciante vendeu uma certa mercadoria com o desconto de 8% e recebeu o líquido de R\$ 2.448,13. Qual foi o preço de venda? Resp.: R\$ 2.661,01

44) Um título foi liquidado por R\$ 879,64 com o abatimento de R\$ 46,30. Determinar a taxa do desconto. Resp.: 5%

45) **(L-4)** (Fuvest-94) Uma loja vende seus artigos nas seguintes condições à vista com 30% de desconto sobre o preço de tabela ou no cartão de crédito com 10% de acréscimo sobre o preço da tabela. Um artigo que à vista sai por CR\$ 7.000,00 no cartão sairá por:

- a) CR\$ 13.000,00 b) CR\$ 11.000,00 c) CR\$ 10.010,00 d) CR\$ 9.800,00
e) CR\$ 7.700,00 Resp.: b

46) **(L-4)** (Fuvest-95) Um lojista sabe que, para não ter prejuízo, o preço de venda de seus produtos deve ser no mínimo 44% superior ao preço de custo. Porém ele prepara a tabela de preços de venda acrescentando 80% ao preço de custo, porque ele sabe que o cliente gosta de obter um desconto no momento de compra. Qual é o maior desconto que ele pode conceder ao cliente, sobre o preço da tabela, de modo a não ter prejuízo?

- a) 10% b) 15% c) 20% d) 25% e) 36% Resp.: c

47) (Fuvest-96) Sobre o preço de um carro importado incide um imposto de importação de 30%. Em função disso, o seu preço para o importador é de R\$19.500,00. Supondo que tal imposto passe de 30% para 60%, qual será, em reais, o novo preço do carro, para o importador ?

- a) R\$ 22.500,00 b) R\$ 24.000,00 c) R\$ 25.350,00 d) R\$ 31.200,00
e) R\$ 39.000,00 Resp.: b

48) **(L-4)** Sabendo que um produto em promoção é vendido com 20% de desconto, qual será a porcentagem de aumento com relação ao preço normal? Resp.: 25%

49) **(L-4)** Um comerciante que não possuía conhecimentos de matemática, comprou uma mercadoria por R\$ 2.000,00. Acresceu a esse valor, 50% de lucro. Certo dia, um freguês pediu um desconto, e o comerciante deu um desconto de 40% sobre o novo preço, pensando que, assim, teria um lucro de 10%. O comerciante teve lucro ou prejuízo? Qual foi esse valor? Resp.: R\$ 200,00 de prejuízo.

50) **(L-4)** (CBMERJ) Um grande incêndio destruiu 30% da mata virgem de uma floresta. Considerando-se que 20% da área total da floresta, é constituída de rios e lagos e o restante somente de mata virgem, calcule o percentual da área destruída pelo fogo. Resp.: 24%