CURSO DE NIVELAMENTO EM MATEMÁTICA

Lista de exercícios 06

Polinômios. Equações polinomiais.

Polinômios são funções cuja forma geral obedece à expressão:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + .. + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 x^0$$

onde $n \in \aleph$, $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1, a_0$ são os coeficientes e x é a variável.

Exemplos de Polinômios:

a) $P(x) = 5x^6 - 15x^5 + 20x$

b) $P(x) = x^4 + 3x^3 - 2x + 1$

c) $P(x) = 2x - 6$

d) $P(t) = 2t^3 + 5t^5 + 20t$

Q01) Resolver os seguintes sistemas de equações do primeiro grau:

(01) Em função das variáveis K, m ou n, determine o grau dos seguintes polinômios:

a) $P(x) = kx^3 + 3x^2 + 2x - 7$

b) $P(x) = kx^3 + nx^2 + 5x + 4$

c) $P(x) = kx^4 + nx^3 + (m-3)x^2 + (p-2)x + 8$

(02) Determinar a ,b e c para que o polinômio

$P(x) = (a-1)x^2 + (b-5)x + (c-2)$ seja nulo.

(03) Determinar m ,n e p para que o polinômio

$P(x) = (m+n-3)x^2 + (m-n-1)x + (n-p)$

seja nulo

(04) ***Calcule m $\in \Re$ de modo que o polinômio***

$$P(x) = (m^3 - 1).x^4 + (m^2 - 1).x^2 + 5x - 7$$

seja do 1° grau em relação a x.

Determine m $\in \Re$, para que o polinômio

$P(x) = (m^2 - 16).x^2 + (m+4).x + 4$ ***seja de grau 2.***

(05) ***Calcule os valores de m, p e q para os quais o polinômio abaixo seja identicamente nulo:***

$$P(x) = (2m-1).x^3 - (5p-2).x^2 + (3-2q)$$

(06) ***Determine os valores de m, n e p, de modo que sejam idênticos os polinômios:***

$$P_1(x) = (m+n+p)x^4 - (p+1)x^3 + mx^2 + (n-p)x + n$$

$$P_2(x) = 2mx^3 + (2p+7).x^2 + 5mx + 2m$$

(07) ***Dado o polinômio:*** $P(x) = 4x^3 - x^2 + x - 1$, ***calcule:***

a) $P\left(\sqrt{2}\right)$ ***b)*** $\dfrac{P(1) - P(-1)}{P(0)}$ ***c)*** $\dfrac{P\left(\dfrac{-1}{3}\right) + P(0)}{2.P\left(\dfrac{1}{2}\right)}$

(08) ***Ache o polinômio P(x) do segundo grau em x, sabendo que admite 2 como raiz e P(1) = –2 e P(3) =4.***

(09) Considere os polinômios:

$P(x) = 5x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 3x - 2$ e $Q(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 8$

Determine (a) P(x) + Q(x) (b) P(x) – Q(x)

(c) P(x).Q(x) (d) 5 P(x) – 4 Q(x)

(10) Calcule o quociente e o resto da divisão de A(x) por B(x) dados

a) $A(x) = 6x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 2x + 8$ $B(x) = 2x^2 - 3x + 1$

b) $A(x) = x^3 + 3x^2 + 4$ $B(x) = x^2 + 1$

Escreva os resultados na forma A(x) = B(x) Q(x) + R(x)

(11) Determine k, de modo que $P(x) = x^3 + kx + 3$ seja divisível por B(x) = x–1

(12) Determinar K, de modo que o resto da divisão de

$P(x) = x^3 + 3x^2 - kx + 4$ por x –2 seja 10.

(13) Calcular a e b, de modo que os polinômios $P(x) = x^2 + ax - 3b$ e $Q(x) = -x^3 + 2ax - b$ sejam divisíveis por x – 1.

(14) Determinar o quociente e o resto da divisão de $A(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 2$ por $B(x) = x^2 + x + 1$

(15) Determinar K, de modo que $x^3 + kx + 3$ seja divisível por x – 1.

(16) Determinar K e m, de modo que $x^4 + 3x^3 + mx^2 + x + k$ seja divisível por $x^2 + 3x$.

(17) Determinar K, de modo que $P(x) = x^3 + x^2 + kx - 4$ seja divisível por $2x + 1$.

(18) Use o dispositivo prático de Briot Ruffini para obter o quociente e o resto da divisão de $P(x) = 3x^5 + 4x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 2x + 3$ por $(x - 1)$

(19) Usando-se o dispositivo prático de Briot Ruffini obteve-se o seguinte o resultado:

1	3	+ 4	+3	−7	− 2	3
	3	7	10	3	1	4

Se P(x) = Q(x) (x - a) + R(x), determine P(x), Q(x), R(x) e a.

(20) Dados os polinômios $P_1(x) = 2x^3 + mx^2 + nx + 3$ e $P_2(x) = x^2 + x - 3$, se $P_1(x)$ é divisível por $P_2(x)$, então m − n é igual a:

(21) Dividindo um polinômio P(x) por x− 3, resulta um resto de −7 e um quociente de x − 4. Qual é P(x)?

(22) A divisão de do polinômio P(x) por x− a fornece quociente $Q(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ e resto P(a) =1. Sabendo-se que P(0) = −15, o valor de a é?

(23) Sabendo-se que $\frac{A}{x+4} = \frac{B}{x-1} \equiv \frac{5x+10}{x^2+3x-4}$, calcular A e B.

(24) Se $\frac{x+1}{x^2+2x-24} \equiv \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+6}$, então 2A + B é igual a:

(25) Um polinômio $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ satisfaz as condições P(1)= 0, P(− x) + P(x) = 0, qualquer que seja x real. Qual o valor de P(2)?

(26) O resto da divisão do polinômio $P(x) = x^{243} + x^{81} + x^{27} + x^9 + x^3 + x$ por x−1 é?

(27) Qual é o número real que se deve adicionar a $P(x) = x^3 - 2x^2 + x$, para se obter um polinômio divisível por x− 3?

(28) Encontre as possíveis raízes da equação $4x^3 + 23x^2 + 14x - 5 = 0$.

Sugestão: Use Briot Ruffini

(29) Encontre as possíveis raízes da equação $\boldsymbol{x^3 - 7x - 6 = 0}$

(30) Determine a multiplicidade das raízes 1, 2 e −3 na equação e coloque−a na forma fatorada.

$$x^6 - 4x^5 - 2x^4 + 32x^3 - 59x^2 + 44x - 12 = 0$$

(31) Resolva a equação $x^3 + 3x^2 - 4 = 0$

(32) Determine os valores de m, n e k para os quais o polinômio abaixo seja identicamente nulo

a) $P(x) = (2m-1)x^3 - (5n-2)x^2 + (3-2k)$

b) $P(x) = (m+3)x^4 - nx^3 + (k-2)x$

(33) Determine os valores de m, n e k para que os polinômios A(x) e B(x) sejam idênticos.

a) $A(x) = (m+3)x^2 + (n-2)x + k$, $B(x) = 5x^2 + 3x + 2$

b) $A(x) = (m-2)x^3 + (n - \frac{1}{2})x^2 + (k-2)x$, $B(x) = x^3 + 3x$

(34) Dado o polinômio $P(x) = 4x^3 - x^2 + x - 1$ calcule:

a) $P(2)$ b) $P(-1)$ c) $P(0)$

(35) Entre os números 1, −1, 2, −2, 3 e −3, quais são raízes de $P(x) = x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 15x^2 + 4x + 12$?

(36) Resolva as seguintes equações e coloque–as na forma fatorada:

a) $x^3 + 2x^2 - 13x + 10 = 0$

b) $x^4 - 7x^3 + 13x^2 + 3x - 18 = 0$

c) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

d) $2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$

e) $3x^3 - 13x^2 + 13x - 3 = 0$

f) $x^6 - 6x^5 + 11x^4 - 6x^3 = 0$