Curso: Engenharia Civil Período: 2016.1 **Lista de exercícios Recup**
Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral III Prof. Luiz Gonzaga Damasceno

Observação: Todos os cálculos e desenvolvimentos deverão acompanhar a Lista.

1. Calcule as derivadas parciais de primeira e segunda ordem de:

a) $z = x^3 y - x y^3$ b) $z = e^{x^2 + y^2}$

2. a) Calcule as derivadas parciais de primeira ordem de $z = x^2 + y^2 - 2xy$

b) Calcule as derivadas parciais de segunda ordem de $z = x^2 + y^2 - 2xy$

3. a) Sejam $z = x^2 + y^2 - 2xy$, $x = t^2 - 3t + 1$ e $y = 1 - 2t - t^2$. Calcule $\dfrac{dz}{dt}$

b) Sejam $z = u^2 + uv + v^2,\ u = y\cos x \quad e \quad v = x\,sen\,y$. Calcule $\dfrac{\partial z}{\partial x}$

4. Mostre que as funções dadas satisfazem à equação de Laplace $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$

a) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2z^2$

b) $f(x, y, z) = e^{3x + 4y}\cos(5z)$

5. a) Seja $z = x^2 + xy$, com $x = 3t^2 + 1$ e $y = 2t - t^2$. Calcule $\dfrac{dz}{dt}$.

b) Seja $z = uv + v^2,\ u = x\cos y \quad e \quad v = y\cos x$. Calcule $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

6. Determine as regiões R sobre as quais as integrais iteradas são calculadas.

a) $\int_0^1 \int_0^y f(x, y)\,dx\,dy$ b) $\int_0^4 \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y)\,dy\,dx$

7. Calcule cada uma das integrais iteradas e esboce também a região R sobre a qual a integral é calculada.

a) $\int_0^1 \int_{x^2}^x (2x + 2y)\,dy\,dx$ b) $\int_0^1 \int_0^1 x y^2\,dy\,dx$

8. Calcule cada uma das integrais iteradas e esboce também a região R sobre a qual a integral é calculada.

a) $\int_0^4 \int_0^y 3\sqrt{(y^2 + 9)}\,dx\,dy$ b) $\int_1^2 \int_y^{y^2} dx\,dy$

9. Escreva uma integral equivalente com a ordem de integração invertida.

a) $\int_0^1 \int_y^1 f(x, y)\,dx\,dy$ b) $\int_0^1 \int_{-x}^{5-x^2} f(x, y)\,dy\,dx$

10. Escreva uma integral equivalente com a ordem de integração invertida.

a) $\int_{-2}^2 \int_{-y}^y f(x, y)\,dx\,dy$ b) $\int_{-2}^2 \int_{x^2-2}^{2-x^2} f(x, y)\,dy\,dx$

11. Calcule a área da região limitada

a) pelas parábolas $y = 1 + x^2$ e $y = 2x^2$

b) pela reta $y = x - 1$ e pela parábola $y^2 = 2x + 6$.

12. Calcular, por integral dupla, a área da região R entre as curvas

a) $y = x^2$ e $x = y^2$

b) $y = 1 + x^2$, $y = -1 - x^2$, $x = -2$ e $x = 2$

13. Calcule o valor da integral $\iint_R f(x,\ y)\,dA$ onde $f(x,\ y) = x^2 y + x y^2$

a) e R é a região limitada pela parábola $y = x - x^2$ e a reta $x + y = 0$

b) e R é a região limitada pelas parábolas $y = x^2$ e $y = 2x - x^2$

14. Considere $\delta(x,\ y)$ a função densidade de massa sobre a superfície de uma região R . Sabendo-se que a massa total da lâmina R é dada por $M = \iint_R \delta(x,\ y)\,dA$, que a região R é limitada por $y = x^2$ e por $y = x$, e que $\delta(x,\ y) = x^2 + y^2$, escreva a integral iterada para o cálculo de M

A) obedecendo a ordem de integração $dx\,dy$.

B) com a ordem de integração invertida $dy\,dx$.

15. Considere $\delta(x, y)$ a função densidade de massa sobre a superfície de uma região R. Sabendo-se que a massa total da lâmina R é dada por $M = \iint_R \delta(x,\ y)\,dA$, que a região R é limitada por $y = x^2$ e por $y = 4$, e que $\delta(x,\ y) = x^2 + xy$, escreva a integral iterada para o cálculo de M

A) obedecendo a ordem de integração $dx\,dy$.

B) com a ordem de integração invertida $dy\,dx$.

16. O momento total da lâmina de massa, com densidade $\delta(x,\ y)$, sobre uma região R , em relação ao eixo x é $M_x = \iint_R y\,\delta(x,\ y)\,dA$. Analogamente, o momento total em relação ao eixo y é $M_y = \iint_R x\,\delta(x,\ y)\,dA$.

A) Se $M_x = \int_0^4 \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} y^2\,dx\,dy$ encontre a região R de integração e a densidade de massa $\delta(x,\ y)$.

B) Se $M_y = \int_0^2 \int_{y^2}^{4} (x^2 + xy)\,dx\,dy$ encontre a região R de integração e a densidade de massa $\delta(x, y)$.

17. Calcule as integrais iteradas

a) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^{1-y} \int_0^{x^2+y^2} y\,dz\,dx\,dy$ b) $\displaystyle\int_0^2 \int_0^{\pi} \int_0^{\ln 4} x^3 e^z \cos\frac{y}{2}\,dz\,dx\,dy$

18. Calcular a integral de linha

a) $\displaystyle\int_C x^2 y\,dx + (x - 2y)\,dy$ onde C é o segmento de parábola $y = x^2$ de (0, 0) a (1, 1).

b) $\displaystyle\int_C x^2 y\,dx + (x - 2y)\,dy$ onde C é o segmento de parábola $y = x^3$ de (1, 1) a (0, 0).

19. Calcule a integral de linha $\displaystyle\oint_C x^2 y\,dx + (x - 2y)\,dy$ onde C é o caminho definido pelo segmento de reta $y = x$ de (0, 0) a (1, 1), pelo segmento de reta $y = 1$ de (1, 1) a (- 1, 1) e pela parábola $y = x^2$ de (- 1, 1) a (0, 0).

20. Calcule a integral de linha $\displaystyle\int_C y\,dx + (x + 2y)\,dy$ onde C é o caminho fechado representado abaixo.