Curso: Engenharia Civil   Período: 2016.1   **Lista de exercícios 06**
Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral III   Prof. Luiz Gonzaga Damasceno

Observação: Todos os cálculos e desenvolvimentos deverão acompanhar a Lista.

1. Calcule as integrais iteradas

a) $\int_0^1 \int_0^{1-y} \int_0^{x^2+y^2} y\,dz\,dx\,dy$

b) $\int_0^2 \int_0^{\pi} \int_0^{\ln 4} x^3 e^z \cos\frac{y}{2}\,dz\,dx\,dy$

2. Use integral tripla para calcular o volume do sólido

a) contido no cilindro $x^2 + y^2 = 9$ e entre os planos $z = 1$ e $x + z = 5$.

b) compreendido entre os parabolóides $z = x^2 + y^2$ e $z = 8 - x^2 - y^2$.

3. Calcule

a) a massa do sólido cilíndrico de altura 10 e raio 2, supondo que a densidade $\delta(x, y, z) = z$

Sugestão: $M = \iiint_R \delta(x, y, z)\,dV$

b) o momento total $M_{xz} = \iiint_R y\ \delta(x, y, z)\,dV$.

4. Considere o sólido cilíndrico de altura 10 e raio 2, supondo que a densidade $\delta(x, y, z) = z$.
Calcule

a) o momento total $M_{xy} = \iiint_R z\ \delta(x, y, z)\,dV$

b) o momento total $M_{yz} = \iiint_R x\ \delta(x, y, z)\,dV$

5. Sabe-se que $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\,sen\,\theta \\ z = z \end{cases}$ (coordenadas cilíndricas) e que $dV = dx\,dy\,dz = r\,dr\,d\theta\,dz$.

Usando coordenadas cilíndricas calcule

a) o momento de inércia do cilindro de altura 10 e raio 2 em relação ao eixo z, supondo que a densidade seja uniforme. Sugestão: $I_z = \iiint_R x^2 + y^2\ \delta(x, y, z)\,dV$.

b) o momento de inércia do cilindro de altura 10 e raio 2 em relação ao eixo z, supondo que a densidade seja $\delta = \sqrt{x^2 + y^2}$. Sugestão: $I_z = \iiint_R x^2 + y^2\ \delta(x, y, z)\,dV$.

Curso: Engenharia Civil Período: 2016.1 **Lista de exercícios 06**
Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral III Prof. Luiz Gonzaga Damasceno

Considere $\vec{F}$ dado por $\vec{F} = M(x, y)\vec{i} + N(x, y)\vec{j}$ e $\vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j}$. Como $d\vec{R} = dx\vec{i} + dy\vec{j}$, do produto escalar podemos concluir que

$\vec{F}.d\vec{R} = M(x, y)dx + N(x, y)dy$. A integral

$\int_C \vec{F}.d\vec{R} = \int_C M(x, y)dx + N(x, y)dy$ é chamada de integral de linha sobre C.

6. Calcular a integral de linha

a) $\int_C x^2 y\,dx + (x - 2y)dy$ onde C é o segmento de parábola $y = x^2$ de (0, 0) a (1, 1).

Sugestão: Use a parametrização $x = t,\ y = t^2,\ 0 \leqslant t \leqslant 1$.

b) $\int_C x^2 y\,dx + (x - 2y)dy$ onde C é o segmento de parábola $y = x^2$ de (0, 0) a (1, 1).

Sugestão: Use a parametrização $x = sen\,t,\ y = sen^2 t,\ 0 \leqslant t \leqslant \frac{\pi}{2}$.

7. Calcule a integral de linha

a) $\int_C x^2 y\,dx + (x - 2y)dy$ onde C é o segmento de reta $y = x$ de (0, 0) a (1, 1).

b) $\int_C x^2 y\,dx + (x - 2y)dy$ onde C é o segmento de parábola $y = x^2$ de (0, 0) a (1, 1) e o segmento de reta $y = x$ de (1, 1) a (0, 0).

8. Calcule a integral de linha $\int_C y\,dx + (x + 2y)dy$ de (1, 0) a (0, 1) onde C é

a) a poligonal de (1, 0) a (1, 1) a (0, 1);

b) o arco de círcunferência $x = \cos t,\ y = sen\,t,\ 0 \leqslant t \leqslant \frac{\pi}{2}$.

9. Calcule a integral de linha $\oint_C \vec{F}.d\vec{R}$ onde $\vec{F} = y\vec{i} + 2x\vec{j}$, $\vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j}$ e C é a circunferência $x^2 + y^2 = 1$ descrita no sentido anti-horário de A = (1, 0) até o mesmo ponto.

a) Mostre que $\vec{F}.d\vec{R} = (\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\cos 2t)dt$;

b) a seguir calcule $\oint_C \vec{F}.d\vec{R}$.

10. Mostre que $\oint_C \frac{-y\,dx + x\,dy}{x^2 + y^2} = 2\pi$ onde C é a circunferência $x^2 + y^2 = a^2$ percorrida no sentido anti-horário a partir de (a, 0).