Curso: Engenharia Civil Período: 2016.1 **Lista de exercícios 05**
Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral III Prof. Luiz Gonzaga Damasceno

Observação: Todos os cálculos e desenvolvimentos deverão acompanhar a Lista.

Se $\delta(x, y)$ é a densidade de massa sobre a superfície de uma região R, então a massa total da lâmina R é dada por $M = \iint_R \delta(x, y)\,dA$. O momento total da lâmina em relação ao eixo x é $M_x = \iint_R y\delta(x, y)\,dA$. Analogamente, o momento total em relação ao eixo y é $M_y = \iint_R x\delta(x, y)\,dA$. Centro de massa é o ponto $(\bar{x}, \bar{y})$ cujas coordenadas são definidas por $\bar{x} = \dfrac{M_y}{M}$ e $\bar{y} = \dfrac{M_x}{M}$.

1. Calcule a massa total M e o centro de massa $(\bar{x}, \bar{y})$ da lâmina de material

   a) que fica na região $R : 0 \leqslant x \leqslant a \ , \ 0 \leqslant y \leqslant a$ e que tem densidade $\delta = x + y$.

   b) que fica na região limitada pela parábola $x = y^2$ e pela reta $x = 4$ e que tem densidade $\delta = x$.

2. Determinar a massa total M e o centro de massa $(\bar{x}, \bar{y})$ da lâmina de material

   a) que fica na região R limitada no primeiro quadrante por $y = x^3 \ e \ y = 4x$ e que tem densidade $\delta = 2x + 3y$.

   b) que fica na região R limitada no primeiro quadrante por $y^2 = x \ , \ x + y = 2 \ e \ y = 0$ e que tem densidade $\delta = y^2$.

3. Calcule o momento de inércia a) $I_x = \iint_R y^2\delta(x, y)\,dA$ e b) $I_y = \iint_R x^2\delta(x, y)\,dA$ da placa quadrada $R : 0 \leqslant x \leqslant a \ , \ 0 \leqslant y \leqslant a$ e $\delta = k \ constante$.

4. Calcule o momento de inércia a) $I_x = \iint_R y^2\delta(x, y)\,dA$ e b) $I_y = \iint_R x^2\delta(x, y)\,dA$ da região limitada pelas curvas $y^2 = 4x, \ x + y = 3, \ y = 0$ e $\delta = 2x - y$.

5. Sabe-se que $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\,sen\theta \end{cases}$ e que $dA = dx\,dy = r\,dr\,d\theta$. Usando coordenadas polares calcule

   a) a massa de uma placa circular dada por $x^2 + y^2 \leqslant 1$, cuja densidade é dada por $\delta = \sqrt{(x^2 + y^2)}$.

   b) a massa de uma placa circular delimitada no primeiro quadrante por $x^2 + y^2 = 1$ e

$x^2 + y^2 = 4$, cuja densidade é dada por $\delta = x^2 + y^2$.

6. Calcular a área da região R delimitada pelas curvas

$y = x, \; y = 0, \; x^2 + y^2 = 2x \;\; e \;\; x^2 + y^2 = 4x$. Sugestão: Use coordenadas polares.

7. Consideremos a região do primeiro quadrante $S = \{(x, \; y) \in \Re^2 \; : \; 1 \leqslant x^2 + y^2 \leqslant 4, x \geqslant 0, y \geqslant 0\}$.

a) Expressar as integrais duplas $\iint_R x^2 dA \quad e \quad \iint_R y^2 dA$ nas duas ordens $dx\,dy \quad e \quad dy\,dx$ e na forma polar.

b) Calcular as integrais.

8. Determinar o volume do sólido interior a esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ e exterior ao cilindro $x^2 + y^2 = 9$.

9. Calcule a integral tripla $\iiint_R dV$ onde R é a região

$R \; : \; 0 \leqslant x \leqslant a \; , \; 0 \leqslant y \leqslant b \; , \; 0 \leqslant z \leqslant c$

a) na ordem $dx\,dy\,dz$

b) na ordem $dz\,dx\,dy$.

10. Calcular a integral tripla $\iiint_R x\,y\,z\,dV$ onde R é a região

$R \; : \; 1 \leqslant x \leqslant 2 \; , \; 2 \leqslant y \leqslant 3 \; , \; 3 \leqslant z \leqslant 4$

a) na ordem $dy\,dz\,dx$.

b) na ordem $dz\,dx\,dy$.