

Lista de exercícios 08 – Derivadas

01) Considere a função $y = \frac{1}{x}(x^2 + \frac{1}{x})$. Então sua derivada é igual a:

- (A) $1 - \frac{2}{x^3}$ (B) $2 - \frac{1}{x^3}$ (C) $1 - \frac{1}{x^3}$ (D) $1 + \frac{2}{x^3}$ (E) $2 + \frac{1}{x^3}$

02) A função $y = \frac{t^2 - 1}{t^2 + 1}$ tem para derivada:

- (A) $y' = \frac{2t}{t^2 + 1}$ (B) $y' = \frac{4t}{t^2 + 1}$ (C) $y' = \frac{4t}{(t^2 + 1)^2}$ (D) $y' = \frac{-4t}{(t^2 + 1)^2}$ (E) $y' = \frac{-4t}{t^2 + 1}$

03) A função $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$ tem para derivada:

- (A) $y' = -\sin x$ (B) $y' = -\cos x$
 (C) $y' = \frac{1}{1 - \sin x}$ (D) $y' = \frac{1}{1 + \sin x}$ (E) $y' = \frac{1}{1 + \cos x}$

04) Um corpo suspenso em uma mola é deslocado em 5 unidades da posição de repouso e solto, no instante $t = 0$, para oscilar para cima e para baixo. Sua posição em qualquer instante t é $s = 5 \cos t$. Quais são sua velocidade e sua aceleração no instante t ?

- (A) $v = 5 \sin t, a = 5 \cos t$ (B) $v = -5 \sin t, a = 5 \cos t$
 (C) $v = -5 \sin t, a = -5 \cos t$ (D) $v = 5 \cos t, a = 5 \sin t$
 (E) $v = -5 \cos t, a = -5 \sin t$

05) A derivada de $y = \cos(x^2 + 5x)$ em relação a x é:

- (A) $y' = (2x + 5) \cos(x^2 + 5x)$ (B) $y' = (x^2 + 5x) \cos(x^2 + 5x)$
 (C) $y' = (2x + 5) \sin(x^2 + 5x)$ (D) $y' = -(2x + 5) \cos(x^2 + 5x)$
 (E) $y' = -(2x + 5) \sin(x^2 + 5x)$

06) A derivada de $y = \operatorname{tg}(x^2 + \sin x^2)$ em relação a x é:

- (A) $y' = x(1 + \cos x^2) \sec^2(x^2 + \sin x^2)$ (B) $y' = 2x(1 + \cos x^2) \sec^2(x^2 + \sin x^2)$
 (C) $y' = x(1 + \cos x) \sec^2(x^2 + \sin x^2)$ (D) $y' = x \cos x \sec(x^2 + \sin x^2)$
 (E) $y' = x \cos x \sec(2x + \sin x)$

07) Se $x(t) = t - t^2$ e $y(t) = t - t^3$, então $\frac{dy}{dx}$ é a função dada por:

$$(A) \frac{dy}{dx} = \frac{1-3t^2}{1-t} \quad (B) \frac{dy}{dx} = \frac{1-2t^2}{1-3t} \quad (C) \frac{dy}{dx} = \frac{1-3t^2}{1-2t} \quad (D) \frac{dy}{dx} = \frac{1+3t^2}{1-t} \quad (E) \frac{dy}{dx} = \frac{1-3t^2}{1+2t}$$

08) Considere a função definida implicitamente por $x^5 + 5y - 5x^4 = 0$. Então, a derivada de y em relação a x , $y'(x)$, é a função definida por

$$(A) y'(x) = 4x^3 - x^4 \quad (B) y'(x) = 20x^3 - 5x^4 \quad (C) y'(x) = 20x^3 - x^4$$

$$(D) y'(x) = 4x^3 - 20x^4 \quad (E) y'(x) = x^3 - x^4 - 1$$

09) Considere a função definida implicitamente por $x^2 + y^2 = 25$. Então, a derivada de y em relação a x , $y'(x)$, é a função definida por

$$(A) x + 2yy'(x) = 0 \quad (B) 2x + 2yy'(x) = 25 \quad (C) 2x + yy'(x) = 0$$

$$(D) 2x + yy'(x) = 25 \quad (E) x + yy'(x) = 0$$

10) Considere a função definida implicitamente por $5y^2 + \sin y = x^2$. Então, a derivada de y em relação a x , $y'(x)$, é a função definida por

$$(A) 10yy' + \cos y = 2x \quad (B) 10y + y' \cos y = 2x \quad (C) 10y + \cos y = 2xy'$$

$$(D) 10yy' + y' \cos y = 2x \quad (E) 10yy' + y' \cos y = x^2$$

11) Considere a função definida implicitamente por $x^3 + y^3 = 3xy$ (Fólio de Descartes). Então, a derivada de y em relação a x , $y'(x)$, é a função definida por

$$(A) (x^2 - y)y' = x - y^2 \quad (B) (x^2 - y)y' = y - x^2 \quad (C) (y^2 - x)y' = y - x^2$$

$$(D) (y^2 - x)y' = x - y^2 \quad (E) (y - x^2)y' = x - y^2$$

12) Considere a função definida implicitamente por $x^3 + y^3 = 3xy$ (Fólio de Descartes). Então, a equação da reta tangente ao Fólio de Descartes no ponto $(3/2, 3/2)$, é a função definida por

$$(A) 2x + 2y = 3 \quad (B) 2x + y = 3 \quad (C) x + 2y = 3$$

$$(D) 2x - 2y = 3 \quad (E) x + y = 3$$

Chamamos de função paramétrica a toda função definida de modo que as variáveis x e y sejam escritas em função de uma terceira t chamada de parâmetro.

Vamos admitir, então, que a função $y = f(x)$ seja definida na forma paramétrica da seguinte maneira: $y = g(t)$ e $x = h(t)$, onde t é o parâmetro, isto é, tanto x quanto y são funções de t .

13) Considere a função $y = f(x)$ definida parametricamente por $y(t) = 5 \sin^2 t$ e $x(t) = 3 \cos^2 t$. Então $\frac{dy}{dx}$ é dada por:

$$(A) \frac{-5}{3} \quad (B) 5y + 3x \quad (C) 3y + 5x \quad (D) 5y - 3x \quad (E) 3y - 5x$$

14) Considere a função $y = f(x)$ definida parametricamente por $y(t) = 5t^2 + 4t - 4$ e $x(t) = t$. Então $\frac{dy}{dx}$ é dada por:

- (A) $5x - 4$ (B) $5x + 4$ (C) $10y + 4$ (D) $10x + 4$ (E) $10t - 4$

15) Considere a função f definida implicitamente por $f(5 + 2x) + f(2x^2 + 1) = 4x^2 + 4x + 2$. Então $f'(3)$ é igual a:

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

16) Considere a função w definida por $w(x) = g(f(h(x)))$. Sabendo que $f(0) = 1$, $h(2) = 0$, $g'(1) = 5$ e $f'(0) = h'(2) = 2$, então sua derivada $w'(2)$ é igual a:

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 10 (E) 20

17) Sejam g e f funções tais que $(f \circ g)'(x) = 24x + 38$, $f(x) = 3x^2 + x - 1$ e $g'(x) = 2$. Então $g(x)$ é igual a:

- (A) $2x - 4$ (B) $2x + 4$ (C) $2x + 3$ (D) $2x - 3$ (E) $2x$

18) Considere a função definida implicitamente por $x^2 + y^2 = 4$. Então, $\frac{dy}{dx}$ no ponto $(1, \sqrt{3})$, e $\frac{dx}{dy}$ no ponto $(\sqrt{3}, 1)$, são, respectivamente, iguais a:

- (A) $\frac{-1}{\sqrt{3}}$ e $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{-1}{\sqrt{3}}$ e $\frac{-1}{\sqrt{3}}$ (C) $\sqrt{3}$ e $\frac{1}{\sqrt{3}}$
 (D) $-\sqrt{3}$ e $\frac{-1}{\sqrt{3}}$ (E) $\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$

19) Considere a função definida implicitamente por $y^4 + 3y - 4x^2 = 5x + 1$. Então, $\frac{dy}{dx}$ no ponto $(0, -1)$, é igual a:

- (A) 5 (B) -5 (C) 3 (D) 4 (E) 7

20) Sejam $f(x) = e^{rx}$ e $g(x) = f'(x)$ funções tais que $g'(x) - 4g(x) + 4f(x) = 0$. Então r é igual a:

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

21) Sejam $f(x) = e^{rx}$ e $g(x) = f'(x)$ funções tais que $g'(x) - 7g(x) + 12f(x) = 0$. Então r é igual a:

- (A) 2 ou 5 (B) 1 ou 6 (C) 3 ou 5 (D) 3 ou 4 (E) 4 ou 6

22) Seja $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $x \neq 0$, com x real e seja $g(x) = f'(x)$. A taxa de variação instantânea de $g(x)$ em relação a x num ponto genérico, é dada por:

- (A) $f'(x) = \frac{-2}{x^3}$, $x \neq 0$, (B) $f'(x) = \frac{-1}{x^3}$, $x \neq 0$, (C) $f'(x) = \frac{-3}{x^4}$, $x \neq 0$,
 (D) $f'(x) = \frac{-6}{x^4}$, $x \neq 0$, (E) $f'(x) = \frac{6}{x^4}$, $x \neq 0$,

23) Sejam $y = e^x$, $x(t) = \operatorname{sen} t \cos t$. Então, $\frac{dy}{dt}$ é dada por:

(A) $\frac{dy}{dt} = e^t(1 - \operatorname{sen}^2 t)$

(B) $\frac{dy}{dt} = e^t(1 + \operatorname{sen}^2 t)$

(C) $\frac{dy}{dt} = e^t(\cos^2 t - 1)$

(D) $\frac{dy}{dt} = e^t(\cos^2 t + 1)$

(E) $\frac{dy}{dt} = e^t(1 - 2 \operatorname{sen}^2 t)$

24) A aresta de um cubo de comprimento x varia com a temperatura. Sabendo-se que $\frac{dx}{dt} = 0,02t$, onde t mede a temperatura, então a variação instantânea de volume em função da temperatura t é dada por:

(A) $\frac{dV}{dt} = 0,02x^2t$

(B) $\frac{dV}{dt} = 0,06x^2t$

(C) $\frac{dV}{dt} = x^3 + 0,02x^2t$

(D) $\frac{dV}{dt} = x^3 + 0,06x^2t$

(E) $\frac{dV}{dt} = 3x^2 + 0,06x^2t$

25) Considere a função $f(x) = (x \cos x)^3$. Então sua derivada é igual a:

(A) $f'(x) = 3(x \cos x)(\cos x - x \operatorname{sen} x)$

(B) $f'(x) = 3(x \cos x)^2(\cos x + x \operatorname{sen} x)$

(C) $f'(x) = (3x \cos x)^2(\cos x - x \operatorname{sen} x)$

(D) $f'(x) = 3(x \cos x)(\cos x - x \operatorname{sen} x)^2$

(E) $f'(x) = 3(x \cos x)^2(\cos x - x \operatorname{sen} x)$