Álgebra Linear – 2016.1 – Lista de exercícios de Recuperação

Questão 01: Se uma matriz quadrada A é tal que $A^T = A$, ela é chamada matriz simétrica. Sabe-se que M é simétrica e $M = \begin{pmatrix} 4 & x^2 & y^2 \\ 2x-1 & 5 & 2z \\ -5y-6 & z+4 & 6 \end{pmatrix}$. Determine os valores de $x, y \ e \ z$.

Questão 02: Resover o sistema de equações $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ y + z = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$ usando operações sobre linhas.

Questão 03: Encontre A^{-1} sabendo que A) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ B) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Questão 04: Calcule o valor de x tal que $det(A)=4$ onde:

A) $A = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 3 & \sqrt{2} & 0 \\ 4 & 3 & x-1 \end{bmatrix}$ B) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ x & x & 5 \end{bmatrix}$

Questão 05: Resover os sistemas de equações $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + y - z = 4 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$, $\begin{cases} x - y - z = 1 \\ x + y - z = 7 \\ x + y + z = 9 \end{cases}$ usando operações sobre linhas.

Questão 06: Calcule o valor de x tal que $det(A)=60$ onde:

A) $A = \begin{bmatrix} x-2 & x+3 & x-1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ B) $A = \begin{bmatrix} 5x & 15 & 10 \\ 25 & 5x & 5 \\ 5 & 15 & 5 \end{bmatrix}$

Questão 07: a) Consideremos o operador linear

$$T: R^3 \to R^3,\ T(x,\ y,\ z) = (x + 2y + 2z,\ x + 2y - z, -x + y + 4z).$$

Determinar o vetor $\vec{v} = (x,\ y,\ z)$ tal que $T(\vec{v}) = (-1,\ 8,\ -11)$.

b) Sabendo que $T: R^2 \to R^3$ é uma transformação linear e que $T(1,\ -1) = (3,\ 2,\ -2)$ e $T(-1,\ 2) = (1,\ -1,\ 3)$, determinar $T(x,\ y)$.

Questão 08: Sabendo que $T: R^2 \to R^2$ é uma transformação linear e que $T(1,\ 0) = (3,\ -2)$ e $T(0,\ 1) = (1,\ 4)$, determinar $T(x,\ y)$.

Questão 09: Determine a matriz canônica das transformações lineares $T: R^2 \to R^2$ definidas por:

a) $T(x,\ y) = (x + 2y,\ 2x - y)$

b) $T(x,\ y) = (x - 2y,\ 2x + y)$

Questão 10: Determine a matriz canônica das transformações lineares $T: R^3 \rightarrow R^3$ definidas por:

a) $T(x,\ y,\ z) = (x + 2y,\ 2x - y,\ x + y - z)$

b) $T(x,\ y,\ z) = (x + y - z,\ x - y + z,\ x - y - z)$

Questão 11: Sejam os vetores $\vec{v}_1 = (1,\ 2)$ e $\vec{v}_2 = (2,\ 1)$.

a) Expressar o vetor $\vec{v} = (-8,\ 4)$ como combinação linear de $\vec{v}_1\ e\ \vec{v}_2$.

b) Determinar o vetor $\vec{v}$ resultante da combinação linear $3\vec{v}_1 - 4\vec{v}_2$.

Questão 12: Sejam os vetores $\vec{v}_1 = (1,\ 2,\ 3)$, $\vec{v}_2 = (1,\ 2,\ 0)$ e $\vec{v}_3 = (1,\ 0,\ 0)$.

a) Expressar o vetor $\vec{v} = (0,\ 2,\ 6)$ como combinação linear de $\vec{v}_1,\ \vec{v}_2\ e\ \vec{v}_3$.

b) Determinar o vetor $\vec{v}$ resultante da combinação linear $3\vec{v}_1 - 4\vec{v}_2 - 5\vec{v}_3$.

Questão 13: Classificar os seguintes subconjuntos do R^2 como LI ou LD.

a) $\vec{v}_1 = (-2,\ -3)$ e $\vec{v}_2 = (4,\ 6)$

b) $\vec{v}_1 = (2,\ 3)$ e $\vec{v}_2 = (3,\ 2)$

Questão 14: Classificar os seguintes subconjuntos do R^3 como LI ou LD.

a) $\vec{v}_1 = (1,\ 2,\ 3)$, $\vec{v}_2 = (1,\ 2,\ 0)$ e $\vec{v}_3 = (1,\ 0,\ 0)$

b) $\vec{v}_1 = (1,\ 2,\ 0)$, $\vec{v}_2 = (2,\ 1,\ 0)$ e $\vec{v}_3 = (3,\ 3,\ 0)$

Questão 15: Verifique qual dos seguintes conjuntos de vetores forma uma base do R^2 .

a) $\vec{v}_1 = (1,\ 3)$, $\vec{v}_2 = (-1,\ 3)$

b) $\vec{v}_1 = (3,\ -6)$, $\vec{v}_2 = (-4,\ 8)$

Questão 16: Verifique qual dos seguintes conjuntos de vetores forma uma base do R^2 .

a) $\vec{v}_1 = (1,\ 3)$, $\vec{v}_2 = (3,\ 1)$

b) $\vec{v}_1 = (3,\ 6)$, $\vec{v}_2 = (4,\ 8)$

Questão 17: Determine a matriz canônica da transformação linear definida por:

a) $T(x,\ y) = (3x + 2y,\ 2x - 3y)$

b) $T(x,\ y,\ z) = (x - y + z,\ x + y - z,\ x - y - z)$

Questão 18: Determine a transformação linear definida pela matriz canônica:

a) $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

Questão 19: Determine a transformação linear definida pela matriz canônica:

a) $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & -2 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

Questão 20: Mostrar que os vetores

a) $\vec{v}_1 = (1,\ 0,\ 0)$, $\vec{v}_2 = (0,\ 1,\ 0)$ e $\vec{v}_3 = (0,\ 0,\ 1)$ geram o R^3

b) $\vec{v}_1 = (1,\ 1,\ 1)$, $\vec{v}_2 = (0,\ 1,\ 1)$ e $\vec{v}_3 = (0,\ 0,\ 1)$ geram o R^3