

Álgebra Linear – 2016.1 – Lista de exercícios 05

Seja um conjunto V não vazio, sobre o qual estão definidas as operações adição e multiplicação por escalar, isto é:

- 1) quaisquer que sejam $u, v \in V$, $u + v \in V$
- 2) quaisquer que sejam $k \in \mathbb{R}$ e $v \in V$, $kv \in V$

O conjunto V com essas duas operações é chamado de espaço vetorial real se forem verificadas as seguintes operações:

A) Em relação a adição:

- 1) $(u + v) + w = u + (v + w) \quad \forall u, v, w \in V$
- 2) $u + v = v + u \quad \forall u, v \in V$
- 3) existe $0 \in V$ tal que $0 + v = v \quad \forall v \in V$
- 4) $\forall v \in V$ existe $-v \in V$ tal que $v + (-v) = 0$

B) Em relação a multiplicação por escalar

- 1) $(mn)v = m(nv)$
- 2) $(m + n)v = mv + nv$
- 3) $m(u + v) = mu + mv$
- 4) $1v = v$

para $\forall u, v \in V$ e $m, n \in \mathbb{R}$

Um subconjunto W , não vazio, de um espaço vetorial V é um subespaço vetorial de V se estiverem satisfeitas as condições:

- 1) para quaisquer $u, v \in W$ tem-se $u + v \in W$
- 2) para quaisquer $k \in \mathbb{R}$, $v \in W$ tem-se $kv \in W$

Questão 01: Identifique o conjunto W que não é subespaço do \mathbb{R}^2 :

- | | |
|--|--|
| a) $W = \{(0, 0)\}$ | b) $W = \mathbb{R}^2$ |
| c) $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x\}$ | d) $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 0\}$ |
| e) $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = 4 - x\}$ | |

Questão 02: Identifique o conjunto W que é um subespaço do \mathbb{R}^2 :

- | | |
|--|--------------------------------------|
| a) $W = \{(1, 1)\}$ | b) $W = \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$ |
| c) $W = \{(x, 5) \in \mathbb{R}^2\}$ | d) $W = \{(5, y) \in \mathbb{R}^2\}$ |
| e) $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3x - 4y = 0\}$ | |

Questão 03: Identifique o conjunto W que não é um subespaço do \mathbb{R}^3 :

Determinar o vetor \vec{v} tal que $T(\vec{v}) = (-1, 8, -11)$.

- a) $(1, 2, 3)$ b) $(1, 2, -3)$ c) $(1, -2, 3)$ d) $(-1, 2, 3)$ e) $(1, -2, -3)$

Questão 15: Sabendo que $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ é uma transformação linear e que $T(1, 0) = (3, -2)$ e $T(0, 1) = (1, 4)$, determinar $T(x, y)$.

- a) $T(x, y) = (x + 2y, 2x + y)$ b) $T(x, y) = (2x + y, x + 2y)$
c) $T(x, y) = (3x + 2y, -2x + y)$ d) $T(x, y) = (3x + y, -2x + 4y)$
e) $T(x, y) = (3x - 2y, -2x + 4y)$

Questão 16: Determine o núcleo $N(T)$ da transformação linear

$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $T(x, y) = (x + 2y, 2x + y)$ sabendo que

$$N(T) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : T(x, y) = (0, 0)\}.$$

- a) $N(T) = \{(0, 0)\}$ b) $N(T) = \{(x, 0) \in \mathbb{R}^2\}$ c) $N(T) = \{(0, y) \in \mathbb{R}^2\}$
d) $N(T) = \{(x, x) \in \mathbb{R}^2\}$ e) $N(T) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = 2x\}$

Questão 17: Determine a matriz canônica das transformação linear $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por:
 $T(x, y) = (x + 2y, 2x - y)$

- a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$
d) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ e) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

Questão 18: Determine a matriz canônica da transformação linear $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por:

$T(x, y, z) = (x + 2y, 2x - y, x + y - z)$

- a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ c) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$
d) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ e) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

Questão 19: Considere a transformação linear cuja matriz canônica é $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$.

Encontre $T(4, 2)$ para $\theta = \frac{\pi}{2}$

- a) $(2, 4)$ b) $(-2, 4)$ c) $(4, 2)$ d) $(4, -2)$ e) $(1, 2)$

Questão 20: Seja $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$. Determine o vetor \vec{v} tal que

$$T(\vec{v}) = 2\vec{v}$$

Curso: BSI
Disciplina: Álgebra Linear

Período: 2016.1

Lista de exercícios 05
Prof. Luiz Gonzaga Damasceno

- a) $(3, 1)$ b) $(3, -1)$ c) $(1, 3)$ d) $(1, -3)$ e) $(2, 2)$