

## Álgebra Linear 2011.1

## Lista de exercícios 05

Questão 01: O plano  $V = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0 \}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^3$ . Então:

- A)  $(1, 2, 3)$  é um elemento de  $V$ .
- B)  $(1, 2, 1)$  não é um elemento de  $V$ .
- C)  $(7, 2, 3)$  é um elemento de um subespaço de  $V$ .
- D)  $(7, 4, 3)$  é a soma de dois elementos de  $V$ .
- E)  $(5, 2, -3)$  é um múltiplo de um elemento de  $V$ .

Questão 02: Assinale a alternativa correta:

- A)  $\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0 \}$  é um subespaço do  $\mathbb{R}^2$ .
- B)  $\{ (x, 2x, 3x) \mid x \text{ real} \}$  é um subespaço do  $\mathbb{R}^3$ .
- C)  $\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \geq 0 \}$  é um subespaço do  $\mathbb{R}^2$ .
- D)  $\{ (x, y) \mid x \text{ real}, y = x^2 \}$  é um subespaço do  $\mathbb{R}^2$ .
- E)  $\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1 \}$  é um subespaço do  $\mathbb{R}^2$ .

Questão 03: Assinale a alternativa correta:

- A) O conjunto  $\{ (1, 1, 0, 0), (0, 2, 1, 0), (0, 0, 0, 3) \}$  é L. D.
- B) O conjunto  $\{ (1, 1, 0, 0), (0, 2, 1, 0), (1, 3, 1, 3), (0, 0, 0, 3) \}$  é L. I.
- C) O conjunto  $\{ (1, 1, 0, 0), (0, 2, 1, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 0, 3) \}$  é L. D.
- D) O conjunto  $\{ (1, 1, 0, 0), (0, 2, 1, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 0, 3), (1, 3, 2, 4) \}$  é L. I.
- E) O conjunto  $\{ (1, 1, 0, 0), (0, 2, 1, 0), (0, 0, 2, 3) \}$  é L. I.

Questão 04: Dado  $W = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 2x \}$  subespaço do  $\mathbb{R}^2$ . Quais dos elementos a seguir são elementos de  $W$ ?

- A)  $(1, 2), (1, 3)$  e  $(2, 4)$
- B)  $(2, 1), (1, 3)$  e  $(4, 2)$
- C)  $(4, 2), (6, 3)$  e  $(4, 2)$
- D)  $(1, 2), (2, 3)$  e  $(2, 4)$
- E)  $(1, 2), (3, 6)$  e  $(2, 4)$

Questão 05: Seja  $W = \{ f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(0) = 1 \}$  subespaço do  $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ . Então

- A)  $f(x) = 1$  é uma base de  $W$
- B)  $W$  é um subespaço vetorial do espaço das funções  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- C)  $x + 1, x^2 + 1$  e  $x^3 + 1$  são L. D. em  $W$
- D)  $W$  é um subespaço gerado por  $f(x) = x + 1$
- E)  $W$  não é um subespaço vetorial do espaço das funções  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

Questão 06: Dados  $\mathbf{v}_1 = (1, 0)$ ;  $\mathbf{v}_2 = (0, 1)$ ;  $\mathbf{v}_3 = (3, 2)$  e  $\mathbf{w} = (1, -4)$ , então

- A)  $\mathbf{w} = 4\mathbf{v}_1 + 3\mathbf{v}_2 - 1\mathbf{v}_3$
- B)  $\mathbf{w} = 3\mathbf{v}_1 + 4\mathbf{v}_2 - 2\mathbf{v}_3$
- C)  $\mathbf{w} = 1\mathbf{v}_1 + 3\mathbf{v}_2 + 4\mathbf{v}_3$
- D)  $\mathbf{w} = 1\mathbf{v}_1 - 4\mathbf{v}_2 - 0\mathbf{v}_3$

E)  $w = 4v_1 + 0v_2 - 3v_3$

Questão 07: Dados  $v_1 = (1, 1, 0)$ ;  $v_2 = (0, 1, 1)$ ;  $v_3 = (1, 0, 1)$  e  $w = (1, -4, 3)$ , então

- A)  $w = 4v_1 + 3v_2 - 1v_3$   
 B)  $w = -3v_1 - 1v_2 + 4v_3$   
 C)  $w = -3v_1 + 1v_2 + 4v_3$   
 D)  $w = 3v_1 - 1v_2 + 4v_3$   
 E)  $w = 4v_1 + 1v_2 - 3v_3$

Questão 08: Dados  $v_1 = (1, 1, 0)$ ;  $v_2 = (0, 1, 1)$ ;  $v_3 = (1, 0, 1)$  e  $v_4 = (1, 1, 1)$ , então o subespaço vetorial gerado por  $v_1, v_2, v_3$  e  $v_4$

- A) é de dimensão 1  
 B) é de dimensão 2  
 C) é de dimensão 3  
 D) é de dimensão 4  
 E) é de dimensão 5

Questão 09: Seja o subespaço  $W$  de  $M_{32}$  gerado por

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \text{ O vetor } \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

- A) é um elemento de  $W$   
 B) é uma combinação linear dos geradores de  $W$   
 C) é um elemento de um subespaço de  $W$   
 D) forma com os geradores de  $W$  um conjunto de vetores L.I.  
 E) não é um elemento de  $W$

Questão 10: Para que valores de  $a$  os vetores  $(1, 2, 3)$ ,  $(2, -1, 4)$  e  $(3, a, 4)$  são L.D. ?

- A)  $-6,0$   
 B)  $-6,5$   
 C)  $-7,0$   
 D)  $-7,5$   
 E)  $-8,0$

Questão 11: Os polinômios  $1 - t^3$ ,  $(1 - t)^2$ ,  $1 - t$ , e  $1$  geram o espaço dos polinômios

- A) de grau menor ou igual a 3  
 B) de grau menor ou igual a 2  
 C) de grau menor ou igual a 1  
 D) de grau igual a 3  
 E) de grau igual a 2

Questão 12: Qual dos conjuntos de vetores abaixo é uma base para o  $\mathbb{R}^2$ ?

- A)  $\{(1, 3), (-1, 1)\}$   
 B)  $\{(0, 0), (1, 2), (-1, 3)\}$

- C)  $\{(1, 2), (2, -3), (3, 2)\}$   
 D)  $\{(1, 3), (-2, -6)\}$   
 E)  $\{(1, -3), (-2, 6)\}$

Questão 13: Encontre todos os valores de  $a$  para os quais  $\{(a^2, 0, 1), (0, a, 2), (1, 0, 1)\}$  é uma base para  $\mathbb{R}^3$ .

- A)  $a \neq 0, a \neq 1$  e  $a \neq -1$   
 B)  $a \neq 0, a \neq 2$  e  $a \neq -1$   
 C)  $a \neq 0, a \neq 1$  e  $a \neq -2$   
 D)  $a \neq 0, a \neq 2$  e  $a \neq -2$   
 E)  $a \neq 2, a \neq 1$  e  $a \neq -1$

Questão 14: Seja  $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$ , onde  $\mathbf{v}_1 = (1, 2, 2)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (3, 2, 1)$ ,  $\mathbf{v}_3 = (11, 10, 7)$  e  $\mathbf{v}_4 = (7, 6, 4)$ . Encontre uma base para o subespaço  $W = [S]$  de  $\mathbb{R}^3$ .

- A)  $-6,0$   
 B)  $\{(2,5, 1, 0), (2, 0, 1)\}$   
 C)  $-7,0$   
 D)  $-7,5$   
 E)  $-8,0$

Questão 15: Encontre uma base em  $\mathbb{R}^4$  para o conjunto  $S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4; x = 3t, y = -2t, z = t\}$  e ache a  $\dim(S)$ .

- A)  $\{(3, -2, 1, 1), (3, 2, 0, 1), (0, 3, 2, 1)\}$  e  $\dim(S) = 3$   
 B)  $\{(3, -2, 1, 1), (3, 2, 0, 1)\}$  e  $\dim(S) = 2$   
 C)  $\{(3, -2, 1, 1)\}$  e  $\dim(S) = 2$   
 D)  $\{(3, -2, 1, 1)\}$  e  $\dim(S) = 1$   
 E)  $\{(3, -2, 1, 1), (3, 2, 0, 1)\}$  e  $\dim(S) = 1$

Questão 16: Encontre uma base para o espaço solução do sistema homogêneo:

$$\begin{cases} 2x - 6y + 4z = 0 \\ -x + 3y - 2z = 0 \\ -3x + 9y - 6z = 0 \end{cases}$$

- A)  $\{(3, 1, 0), (-2, 0, 1), (0, 1, 2), (-2, 1, 3)\}$   
 B)  $\{(3, 1, 0), (-2, 0, 1), (0, 1, 2), (1, 1, 1)\}$   
 C)  $\{(3, 1, 0), (-2, 0, 1), (0, 1, 2)\}$   
 D)  $\{(3, 1, 0)\}$   
 E)  $\{(3, 1, 0), (-2, 0, 1)\}$

Questão 17: O conjunto de todos os vetores de  $\mathbb{R}^3$  com a terceira ordenada nula (plano  $z=0$ )

- A) é um subespaço de  $\mathbb{R}^3$  com dimensão 2.  
 B) é um subespaço de  $\mathbb{R}^3$  com dimensão 3.  
 C) é um subespaço de  $\mathbb{R}^3$  com dimensão 1.  
 D) não é um subespaço de  $\mathbb{R}^3$ .  
 E) é um subespaço de  $\mathbb{R}^3$  gerado pelos vetores  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$  e  $(0, 0, 2)$ .

Questão 18: O conjunto de todos os vetores de  $\mathbb{R}^3$  com a terceira ordenada igual a 1 (plano  $z=1$ )

- A) é um subespaço de  $\mathbb{R}^3$  com dimensão 2.
- B) é um subespaço de  $\mathbb{R}^3$  com dimensão 3.
- C) é um subespaço de  $\mathbb{R}^3$  com dimensão 1.
- D) não é um subespaço de  $\mathbb{R}^3$ .
- E) é um subespaço de  $\mathbb{R}^3$  gerado pelos vetores  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$  e  $(0, 0, 2)$ .

Questão 19: Encontre uma base para o subespaço formado por todas as matrizes diagonais.

- A)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
- B)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- C)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- D)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- E)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Questão 20: Considere  $V = \mathbb{R}^2$ ;  $U = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2; x + y = 0\}$  e  $W = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2; x - y = 0\}$ :

- A)  $U \cup W$  é um subespaço de  $V$ .
- B)  $U \cup W$  não é um subespaço de  $V$ .
- C)  $U \cap W$  é um subespaço de  $V$  de dimensão 2.
- D)  $U \cap W$  não é um subespaço de  $V$ .
- E)  $U - W$  é um subespaço de  $V$  de dimensão 3.