Álgebra Linear – 2016.1 – Lista de exercícios 06

Questão 01: Dadas as transformações a seguir, verifique quais delas são lineares.

a) $T: R^2 \to R^3,\ T(x,\ y) = (x - y,\ 2x + y,\ 0)$.

b) $T: R^2 \to R^3,\ T(x,\ y) = (x + 2,\ y + 3,\ 0)$.

Questão 02: a) Consideremos o operador linear

$T: R^3 \to R^3,\ T(x,\ y,\ z) = (x + 2y + 2z,\ x + 2y - z, -x + y + 4z)$.

Determinar o vetor $\vec{v}$ tal que $T(\vec{v}) = (-1,\ 8,\ -11)$.

b) Sabendo que $T: R^2 \to R^3$ é uma transformação linear e que $T(1,\ -1) = (3,\ 2,\ -2)$ e $T(-1,\ 2) = (1,\ -1,\ 3)$, determinar $T(x,\ y)$.

Questão 03: a) Sabendo que $T: R^2 \to R^2$ é uma transformação linear e que $T(1,\ 0) = (3,\ -2)$ e $T(0,\ 1) = (1,\ 4)$, determinar $T(x,\ y)$.

b) Determine o núcleo $N(T)$ da transformação linear

$T: R^2 \to R^2,\ T(x,\ y) = (x + 2y,\ 2x + y)$ sabendo que

$$N(T) = \{(x,\ y) \in R^2 : T(x,\ y) = (0,\ 0)\} .$$

Questão 04: a) Seja $T: R^3 \to R^3,\ T(x,\ y,\ z) = (x,\ y,\ 0)$. Determine o núcleo da transformação $N(T)$, sabendo que

$$N(T) = \{(x,\ y,\ z) \in R^2 : T(x,\ y,\ z) = (0,\ 0,\ 0)\} .$$

b) Seja $T: R^3 \to R^3,\ T(x,\ y,\ z) = (x,\ 0,\ z)$. Determine o núcleo da transformação $N(T)$, sabendo que

$$N(T) = \{(x,\ y,\ z) \in R^3 : T(x,\ y,\ z) = (0,\ 0,\ 0)\} .$$

Questão 05: Determine a matriz canônica das transformações lineares $T: R^2 \to R^2$ definidas por:

a) $T(x,\ y) = (x + 2\mathrm{y},\ 2x - y)$

b) $T(x,\ y) = (x - 2\mathrm{y},\ 2x + y)$

Questão 06: Determine a matriz canônica das transformações lineares $T: R^3 \to R^3$ definidas por:

a) $T(x,\ y,\ z) = (x + 2\mathrm{y},\ 2x - y,\ x + y - z)$

b) $T(x,\ y,\ z) = (x + y - z,\ x - y + z,\ x - y - z)$

Questão 07: Considere a transformação linear cuja matriz canônica é $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -sen\theta \\ sen\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$.

a) Encontre $T(4,\ 2)$ para $\theta = \frac{\pi}{2}$

b) Encontre $T(2,\ 4)$ para $\theta = 60\,graus$

Questão 08: Calcular o ângulo θ formado pelos vetores $v\ e\ T(v)$ quando o espaço gira em torno do eixo z de um ângulo θ nos seguintes casos:

a) $\theta = 180^0$ e $\vec{v} = (3,\ 0,\ 3)$

b) $\theta = 90^0$ e $\vec{v} = (\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}},\ \frac{\sqrt{2}}{4},\ \frac{\sqrt{2}}{2})$

Sugestão: Considere $A_T = \begin{bmatrix} \cos\theta & -sen\theta & 0 \\ sen\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Questão 09: a) Determinar a transformação linear $T: R^2 \rightarrow R^3$ tal que $T(-1,\ 1) = (3,\ 2,\ 1)$ e $T(0,\ 1) = (1,\ 1,\ 0)$.

b) Achar $T(a - b,\ a + b)$

Questão 10: Seja $T: R^2 \rightarrow R^2$ definida por $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$. Determine o vetor $\vec{v}$ tal que:

a) $T(\vec{v}) = \vec{v}$ b) $T(\vec{v}) = 2\vec{v}$

c) $T(\vec{v}) = (4,\ 4)$ d) $T(\vec{v}) = (b - 3a,\ -b - 5a)$