

Cálculo Diferencial e Integral I

Curso de
Engenharia
Civil

Período 2014.1

Prof. da Disciplina
Luiz Gonzaga Damasceno, M. Sc

Cálculo Diferencial e Integral I

E-mails:

damasceno12@hotmail.com

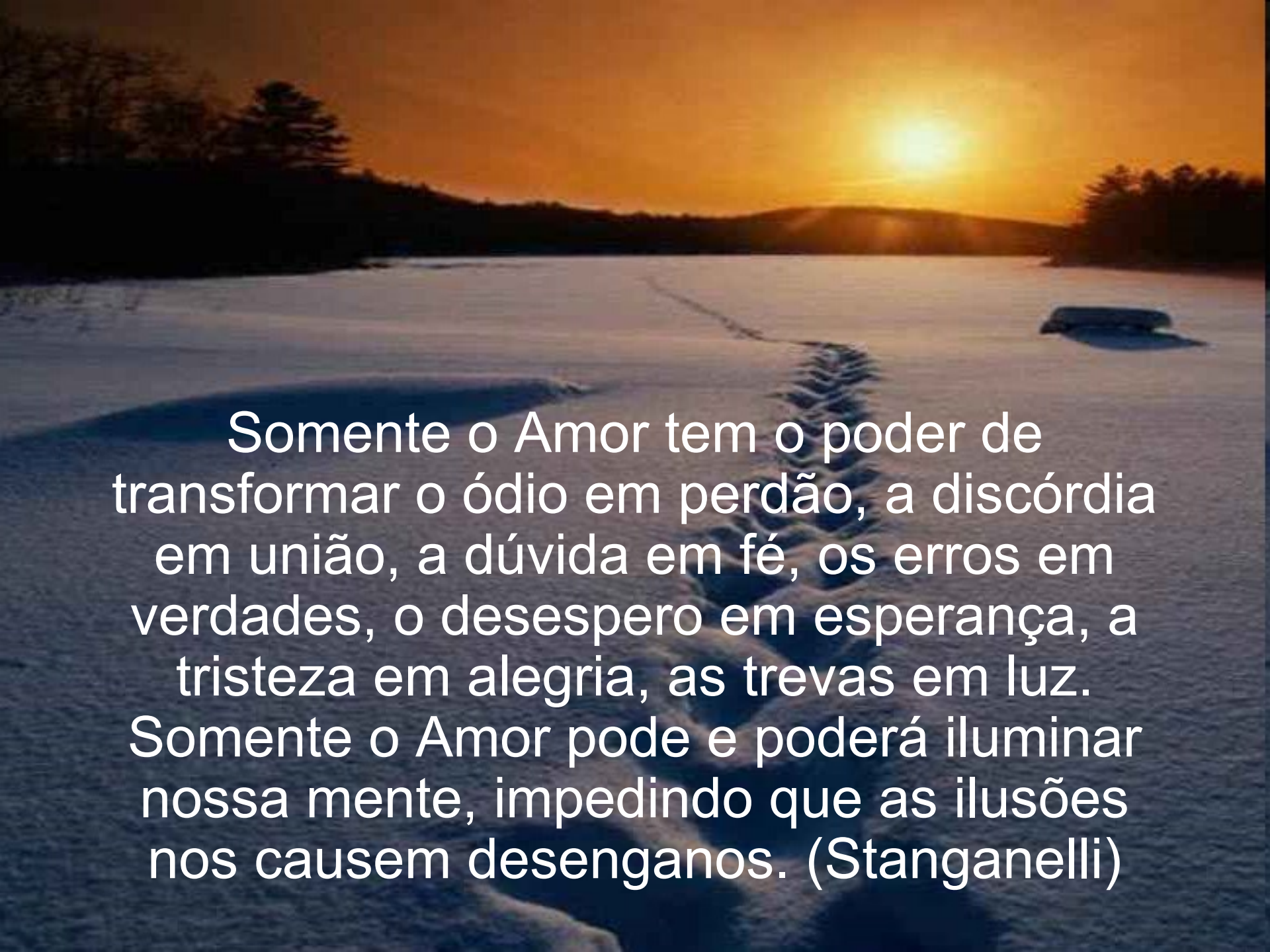
damasceno12@uol.com.br

damasceno1204@yahoo.com.br

Site:

www.damasceno.info

damasceno.info



Somente o Amor tem o poder de transformar o ódio em perdão, a discórdia em união, a dúvida em fé, os erros em verdades, o desespero em esperança, a tristeza em alegria, as trevas em luz. Somente o Amor pode e poderá iluminar nossa mente, impedindo que as ilusões nos causem desenganos. (Stanganelli)

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Zeros da função $y = ax + b$.

Zero da função $y = ax + b$ é o valor de x para o qual

$$y = 0, \text{ isto é, } f(x) = 0$$

Exemplo: $y = 3x - 9$

$$y = 0$$

$$3x - 9 = 0$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

Observe que:

$$f(3) = 3 \cdot 3 - 9$$

$$= 9 - 9$$

$$= 0$$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. Zeros da função $y = ax + b$.

Exemplos: (1) $f(x) = -3x + 5$

$$-3x + 5 = 0$$

$$-3x = -5$$

$$x = 5/3$$

(2) Encontre os zeros das funções:

1. $f(x) = 10 + x - (9 - 2x)$

2. $f(x) = \frac{10x - 4}{6} - \frac{8x - 20}{4}$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções crescentes e decrescentes.

Uma função é crescente em um dado intervalo $[a, b]$ do seu domínio se

$$a < b \quad \Rightarrow \quad f(a) < f(b)$$

Exemplo: $f(x) = 2x - 5$

$$f(3) = 2 \cdot 3 - 5 = 6 - 5 = 1$$

$$f(5) = 2 \cdot 5 - 5 = 10 - 5 = 5$$

$$f(3) < f(5)$$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções crescentes e decrescentes.

Uma função é decrescente em um dado intervalo $[a, b]$ do seu domínio se

$$a < b \quad \Rightarrow \quad f(a) > f(b)$$

Exemplo: $f(x) = -2x - 5$

$$f(3) = -2 \cdot 3 - 5 = -6 - 5 = -11$$

$$f(5) = -2 \cdot 5 - 5 = -10 - 5 = -15$$

$$f(3) > f(5)$$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Coeficiente angular e coeficiente linear.

O número real **a**, coeficiente de **x**, em **$y = ax + b$** , chama-se **coeficiente angular** ou **declividade** da reta.

Corresponde a taxa de variação da função.

$$y_1 = ax_1 + b$$

$$y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1)$$

$$y_2 = ax_2 + b$$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - (ax_1 + b)$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 - ax_1$$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Coeficiente angular e coeficiente linear.

O termo constante b chama-se **coeficiente linear**.

Exemplos: (1) $y = 2x - 3$ $a = 2$ $b = -3$

(2) $y = -3x + 4$ $a = -3$ $b = 4$

(3) $y = -0.5x + 5$ $a = -0.5$ $b = 5$

(4) $y = 7 - x$ $a = -1$ $b = 7$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. A função $y = ax + b$.

$$a \neq 0 \quad y = ax + b$$

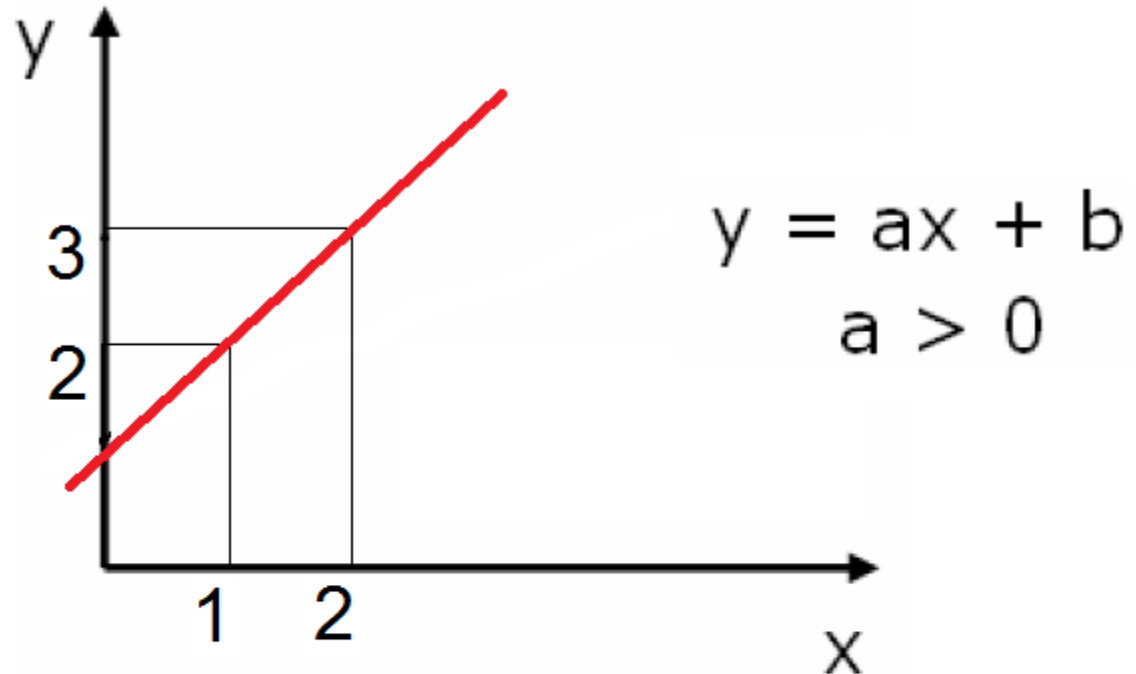
Se $a > 0$ (a positivo) ela é uma função crescente (taxa de variação positiva), pois se aumentarmos o valor de x , o valor de y aumenta.

Se $a < 0$ (a negativo), ela é uma função decrescente (taxa de variação negativa), pois se aumentarmos o valor de x , o valor de y diminui.

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. A função $y = ax + b$.

Veja os gráficos:



$$y = x + 1$$

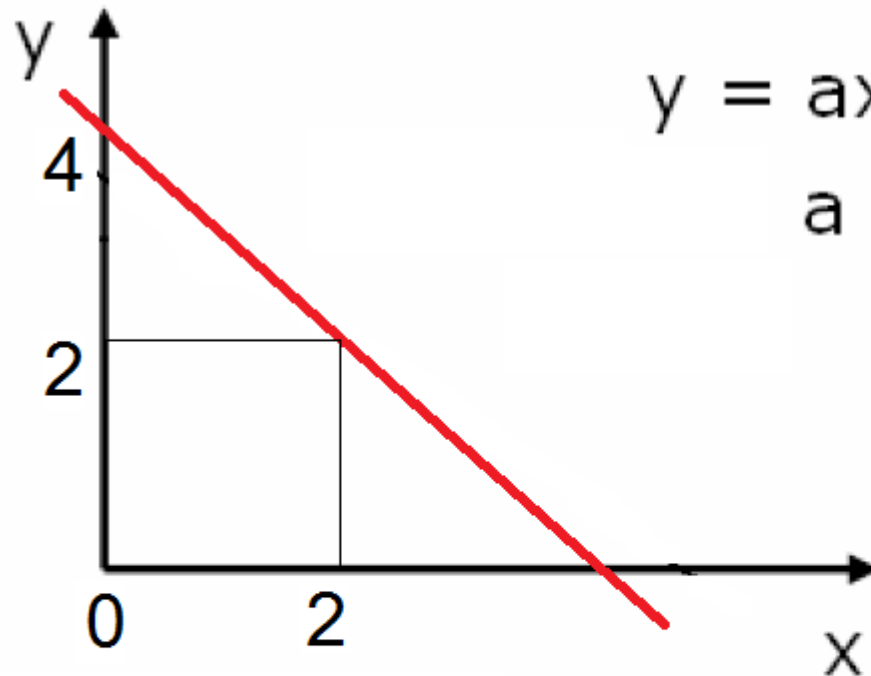
$$x = 1 \Rightarrow y = 2$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 3$$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. A função $y = ax + b$.

Veja os gráficos:



$$y = ax + b$$
$$a < 0$$

$$y = -x + 4$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 4$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 2$$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Valor numérico de uma função afim.

Exemplo: Dada a função $f(x) = 2x - 3$ calcular:

$$(1) f(2) \qquad f(2) = 2 \cdot 2 - 3 = 4 - 3 = 1$$

$$(2) f(-3) \qquad f(-3) = 2(-3) = -6 - 3 = -9$$

$$(3) f(0) \qquad f(0) = 2 \cdot 0 - 3 = 0 - 3 = -3$$

$$(4) f(x - 2) \qquad f(x - 2) = 2(x - 2) - 3 \\ \qquad \qquad \qquad = 2x - 4 - 3 \\ \qquad \qquad \qquad = 2x - 7$$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Estudo do sinal da função $y = ax + b$.

$$y < 0$$

$$ax + b < 0$$

$$ax < -b$$

$$x < -b/a \quad (\text{se } a > 0)$$

$$x > -b/a \quad (\text{se } a < 0)$$

$$y > 0$$

$$ax + b > 0$$

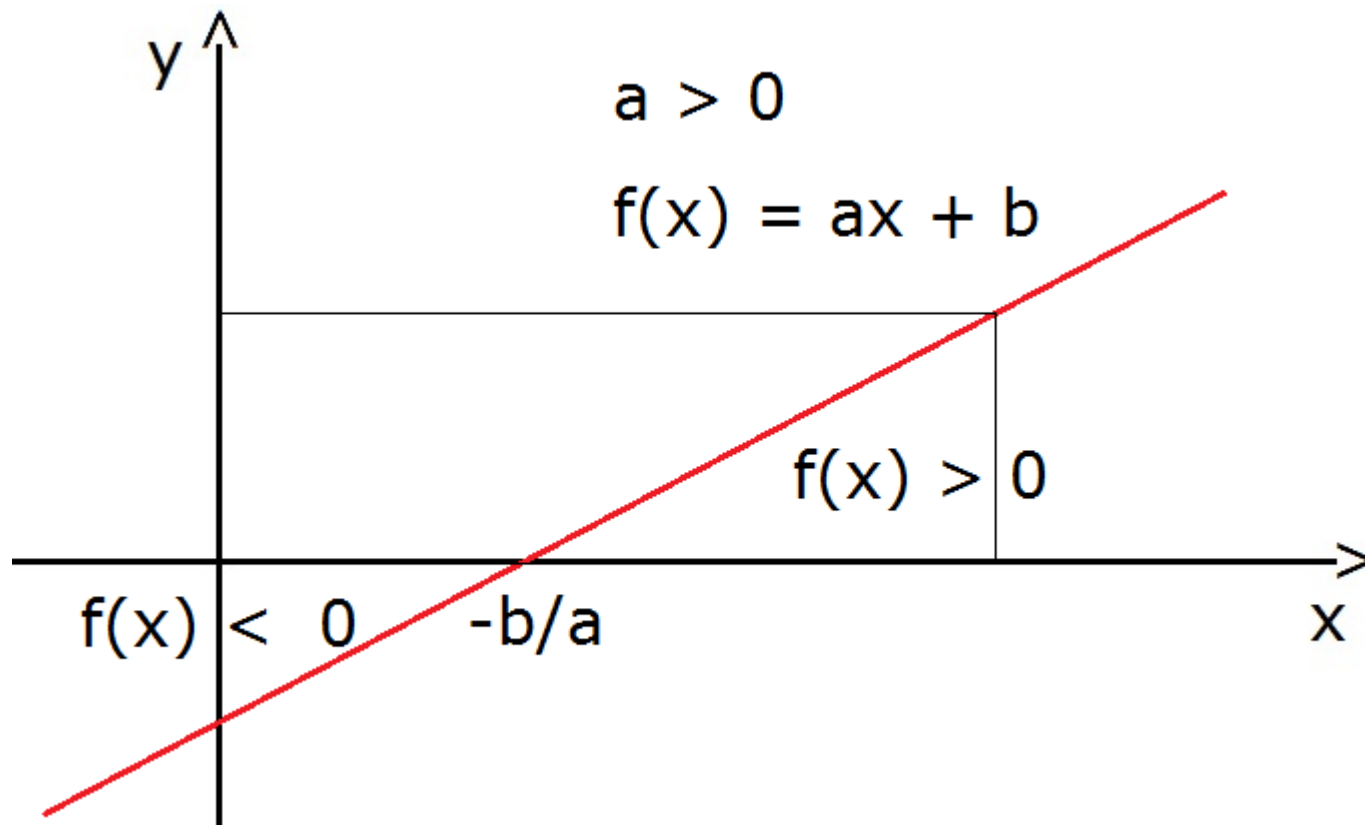
$$ax > -b$$

$$x > -b/a \quad (\text{se } a > 0)$$

$$x < -b/a \quad (\text{se } a < 0)$$

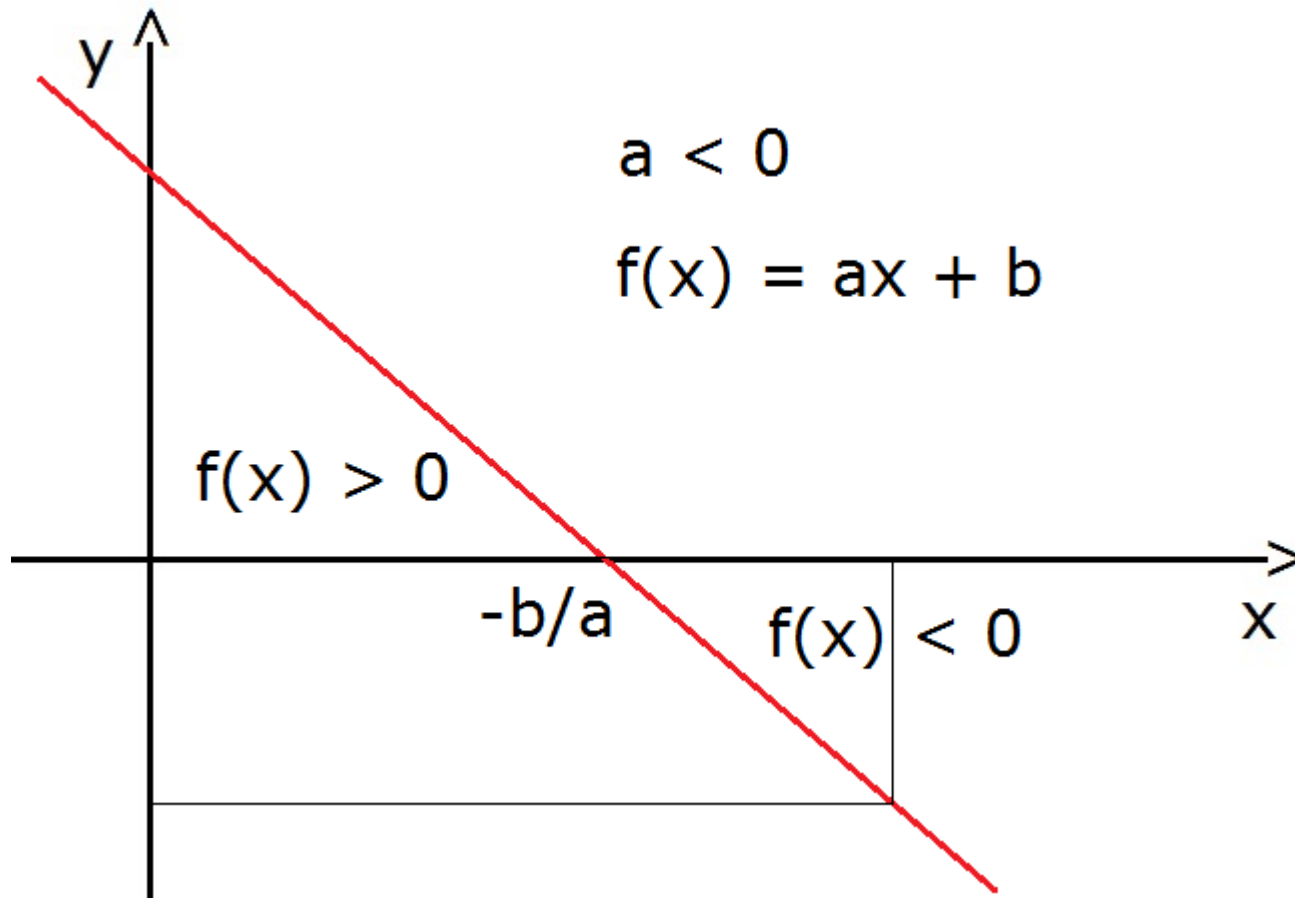
Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Estudo do sinal da função $y = ax + b$.



Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Estudo do sinal da função $y = ax + b$.



Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Inequações do primeiro grau.

$$ax + b > 0$$

$$\text{Exemplo: } 3(1 - 2x) > 2(x + 1) + x - 7$$

$$3 - 6x > 2x + 2 + x - 7$$

$$- 6x - 2x - x + 3 - 2 + 7 > 0$$

$$- 9x + 8 > 0$$

$$- 9x > - 8 \quad \Rightarrow \quad x < 8/9$$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Inequações do primeiro grau.

$$ax + b < 0$$

$$\text{Exemplo: } 6x + 3 < 3x + 18$$

$$6x - 3x + 3 - 18 < 0$$

$$3x - 15 < 0$$

$$3x < 15$$

$$x < 15/3 \quad \Rightarrow \quad x < 5$$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Inequações do primeiro grau.

$$ax + b \geq 0$$

$$\text{Exemplo: } 6(x + 3) - 12 \geq 3x + 8(3x - 7) + 15$$

$$ax + b \leq 0$$

$$\text{Exemplo: } 5(x + 3) - 4(3 - x) \leq 3(x + 8) - 5(7 - x)$$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Inequação produto.

Exemplo: $(x - 3)(x - 7) > 0$

| | | | |
|------------------|---|---|---|
| $x - 3$ | - | + | + |
| $x - 7$ | - | - | + |
| $(x - 3)(x - 7)$ | + | - | + |
| | 3 | 7 | |

Solução: $x < 3$ ou $x > 7$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Inequação produto.

Exemplo: $\frac{(x - 3)}{(x - 7)} \leq 0$

| | | | |
|------------------|---|---|---|
| $x - 3$ | - | + | + |
| $x - 7$ | - | - | + |
| $(x - 3)(x - 7)$ | + | - | + |
| | 3 | 7 | |

Solução: $3 \leq x < 7$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Aplicações.

Exemplo: Na produção de tijolos, uma fábrica tem um custo fixo de R\$ 15,00 mais um custo variável de R\$ 1,50 por unidade produzida. Sendo x o número de peças unitárias produzidas, determine:

- A função que fornece o custo da produção de x peças;
- Calcule o custo de produção de 400 peças.
- Quantas peças foram produzidas para um custo de R\$ 1515,00?

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Aplicações.

$$a) y = 15,00 + 1,50x$$

$$b) y = 15,00 + 1,50 \cdot 400$$

$$y = 15,00 + 600,00$$

$$y = 615,00$$

$$c) 1515,00 = 15,00 + 1,50x$$

$$1515,00 - 15,00 = 1,50x$$

$$1,50x = 1500,00$$

$$x = 100$$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Aplicações.

Exemplo: (UE – PA) Nas feiras de artesanato de Belém do Pará, é comum, no período natalino, a venda de árvores de natal feitas com raiz de patchouli. Um artesão paraense resolveu incrementar sua produção investindo R\$ 300,00 na compra de matéria-prima para confeccioná-las ao preço de custo de R\$ 10,00 a unidade.

- a) Com a intenção de vender cada árvore ao preço de R\$ 25,00, quantas deverá vender para obter lucro?
- b) Se com a matéria-prima ele consegue produzir 50 árvores e conseguir vender todas as árvores produzidas, de quanto será o seu lucro?

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Aplicações.

$$C = 300 + 10x$$

$$R = 25x$$

$$L = R - C$$

$$L = 25x - (300 + 10x)$$

$$L = 25x - 300 - 10x$$

$$L = 15x - 300$$

$$a) \quad 15x - 300 > 0$$

$$15x > 300$$

$$x > 20$$

$$b) \quad L = 15 \cdot 50 - 300$$

$$L = 750 - 300$$

$$L = 450,00$$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Aplicações.

Exemplo: Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções: A e B. O plano A cobra um valor fixo mensal de R\$ 140,00 e R\$ 20,00 por consulta num certo período. O plano B cobra um valor fixo mensal de R\$ 110,00 e R\$ 25,00 por consulta no mesmo período. Temos que o gasto total de cada plano é dado em função do número de consultas x dentro do período pré – estabelecido. Determinar:

- a) A função correspondente a cada plano.
- b) Em qual situação o plano A é mais econômico; o plano B é mais econômico; os dois se equivalem.

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Aplicações.

$$a) GA = 140 + 20x$$

$$GB = 110 + 25x$$

$$b) GA < GB$$

$$140 + 20x < 110 + 25x$$

$$20x - 25x < 110 - 140$$

$$-5x < -30$$

$$x > 6$$

$$GB < GA$$

$$110 + 25x < 140 + 20x$$

$$25x - 20x < 140 - 110$$

$$5x < 30$$

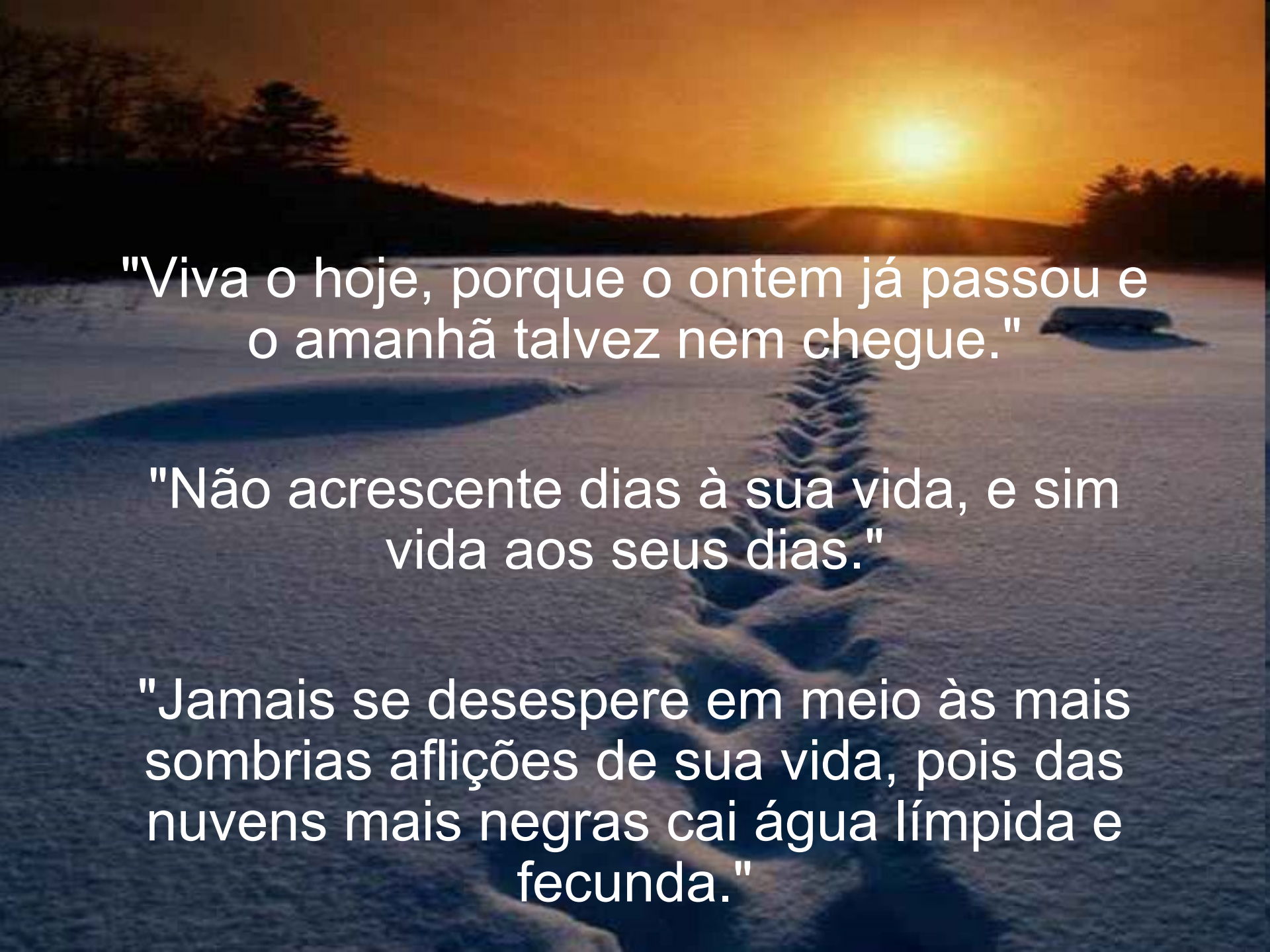
$$x < 6$$

$$140 + 20x < 110 + 25x$$

$$20x - 25x = 110 - 140$$

$$-5x = -30$$

$$x = 6$$

A serene winter landscape featuring a vast, snow-covered field. A path of footprints leads from the foreground towards the horizon. In the background, a line of dark trees is silhouetted against a bright, golden sunset sky. The sun is a glowing orb on the right side of the horizon, casting a warm light over the scene.

"Viva o hoje, porque o ontem já passou e o amanhã talvez nem chegue."

"Não acrescente dias à sua vida, e sim vida aos seus dias."

"Jamais se desespere em meio às mais sombrias aflições de sua vida, pois das nuvens mais negras cai água límpida e fecunda."