Cálculo Diferencial e Integral I

Curso de
Engenharia
Civil

Período 2014.1

Prof. da Disciplina
Luiz Gonzaga Damasceno, M. Sc

Cálculo Diferencial e Integral I

E-mails:

damasceno12@hotmail.com
damasceno12@uol.com.br
damasceno1204@yahoo.com.br

Site:

www.damasceno.info
damasceno.info

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Par ordenado

Par ordenado: chamamos de par ordenado ao elemento (x,y) formado pelos elementos x,y.

Para localizar um ponto no plano, utilizamos dois números reais, numa certa ordem.

(3, 4) (-1, 7)

1º elemento 2º elemento coordenadas

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Par ordenado

De um modo geral, sendo x e y dois números reais quaisquer, temos: $(x,y) \neq (y, x)$.

Representação gráfica:

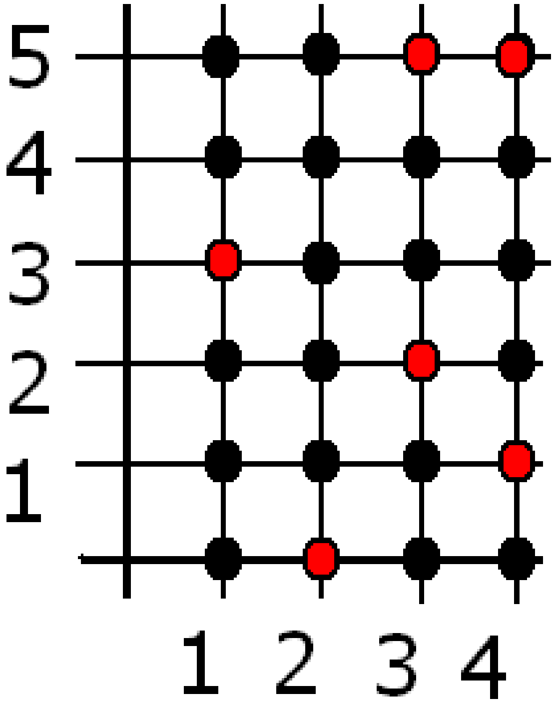
(3, 5), (4, 5)

(1, 3)

(3, 2)

(4, 1)

(2, 0)



Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Produto cartesiano

Produto Cartesiano: Dados dois conjuntos A e B, não vazios, chamamos de produto cartesiano de A por B ao conjunto A X B, definido por:

$$A \times B = \{ (x, y) \mid x \in A \text{ e } y \in B \}$$

Exemplo 1: $A = \{ 1, 2 \}$ $B = \{ 3, 5 \}$

$A \times B = \{ (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5)\}$

Exemplo 2: $A = \{ 1, 2 \}$ $B = \{ 3, 5, 7 \}$

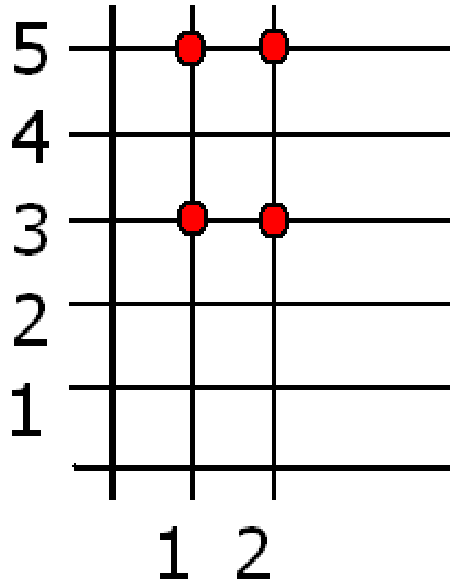
$A \times B = \{ (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7)\}$

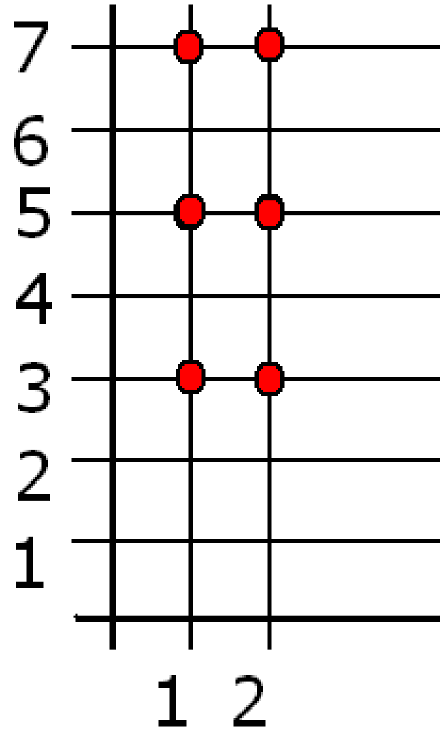
Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Produto cartesiano. Representação gráfica

Ex. 1: $A \times B = \{ (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5)\}$

Ex. 2: $A \times B = \{ (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7)\}$





Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Relações

Dados dois conjuntos, A e B, não vazios, chamamos de relação binária R de A em B

qualquer subconjunto do produto cartesiano A X B

$R \subset A \times B$

O conjunto A é chamado de ***domínio*** de R.

O conjunto B é chamado de ***contradomínio*** de R.

Os elementos de A são representados por **x** e os elementos de B são representados por **y**.

O conjunto formado por todos os **y** pertencentes à relação chamamos de **imagem**.

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Relações

Exemplo: $A = \{ 1, 2, 3 \}$ $B = \{ 4, 5, 6 \}$

$A \times B = \{(1, 4), (1, 5), (1, 6), \ldots (3, 4), (3, 5), (3, 6)\}$

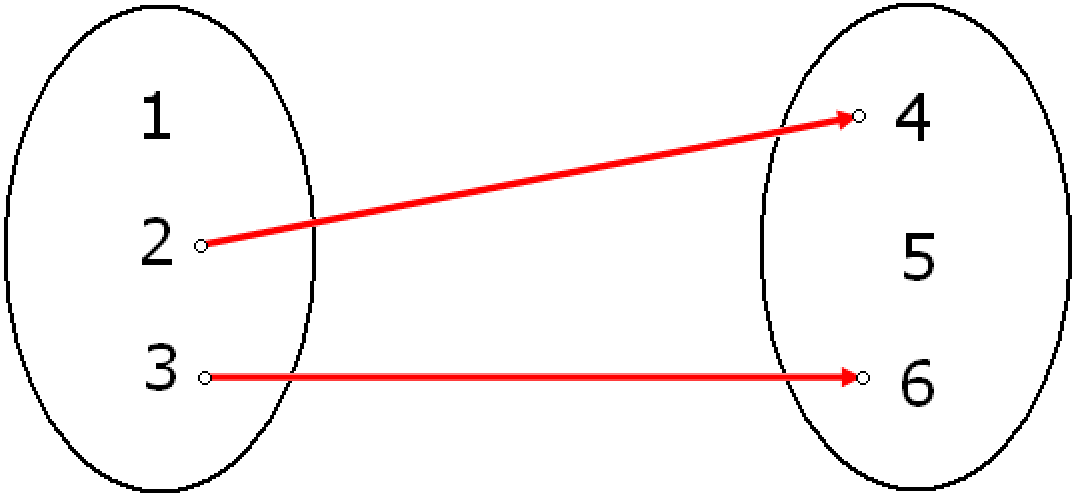
$R = \{ (x, y) \in A \times B \mid y = 2x \}$, i. é.,

$R = \{ (2, 4), (3, 6) \}$

$D(R) = \{1, 2, 3\}$

$CD(R) = \{4, 5, 6\}$

$Im(R) = \{4, 6\}$



Unidade I – Relações

Exemplo: $A = \{ 1, 2, 3 \}$ $B = \{ 4, 5, 6 \}$

$A \times B = \{(1, 4), (1, 5), (1, 6), \ldots (3, 4), (3, 5), (3, 6)\}$

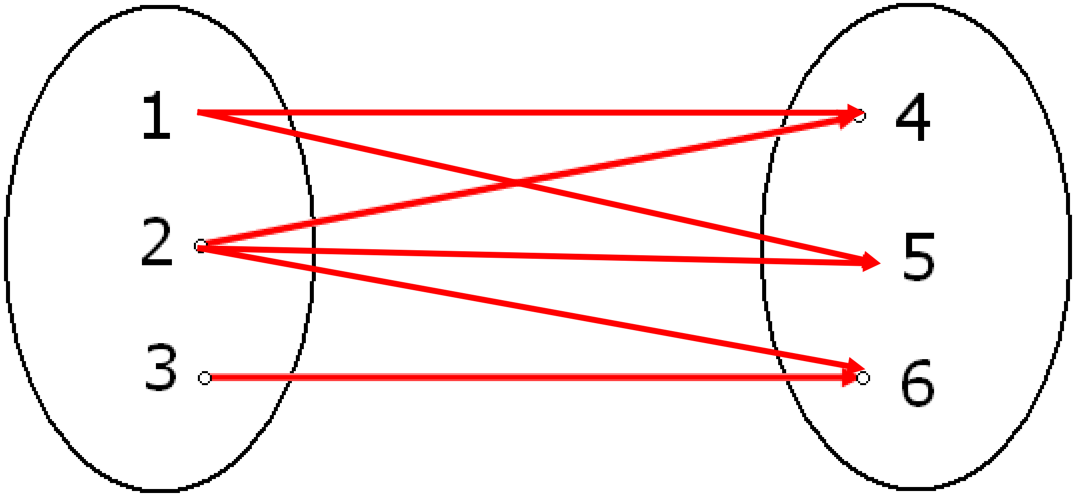
$R = \{ (x, y) \in A \times B \mid y = 2x \}$, i. é.,

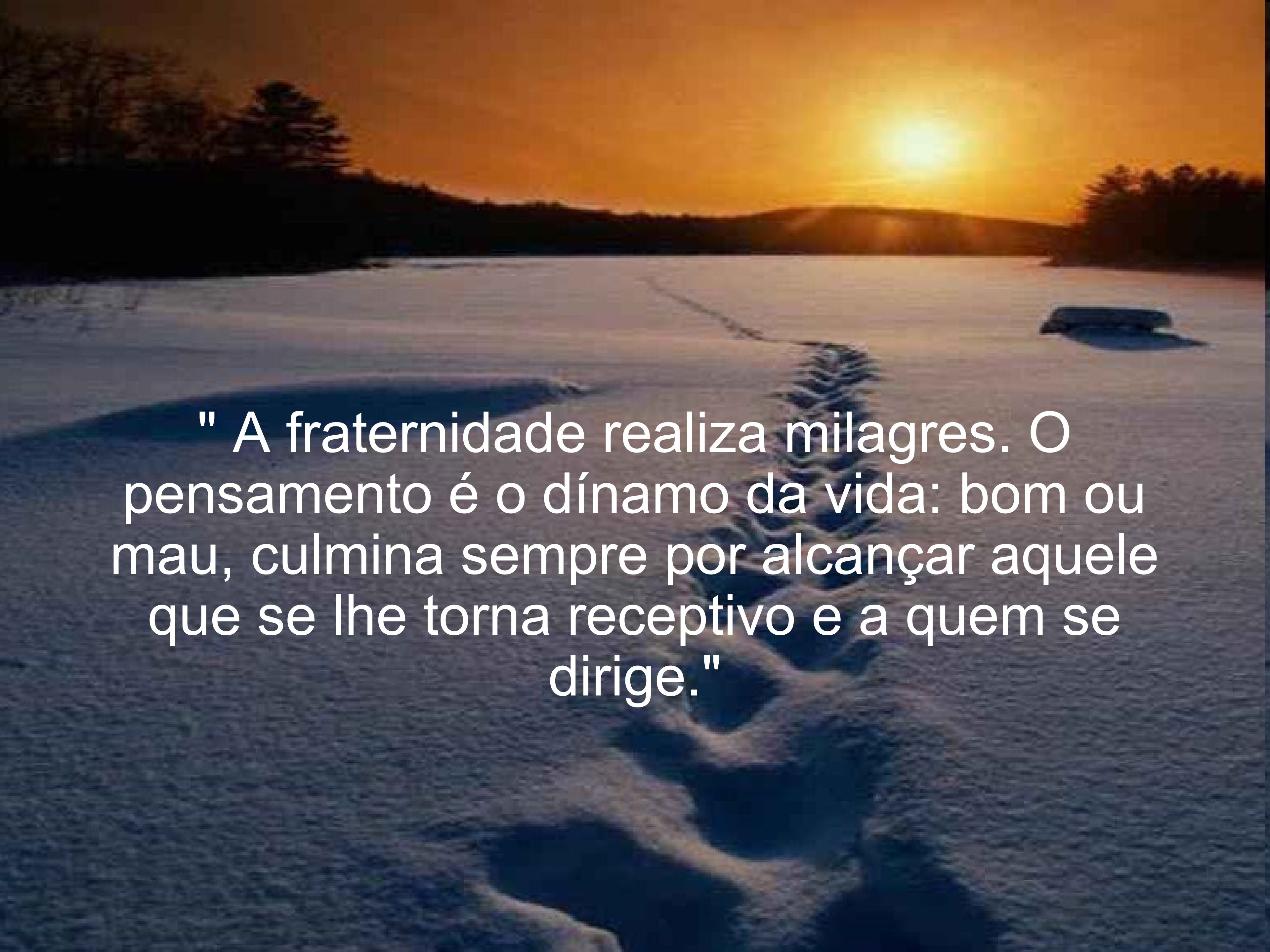
$R = \{ (1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 6) \}$

$D(R) = \{1, 2, 3\}$

$CD(R) = \{4, 5, 6\}$

$Im(R) = \{4, 5, 6\}$




" A fraternidade realiza milagres. O pensamento é o dínamo da vida: bom ou mau, culmina sempre por alcançar aquele que se lhe torna receptivo e a quem se dirige."

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. Conceituação.

Um dos conceitos mais utilizados em Matemática é o de função. Ele se aplica a várias áreas, como à Física, à Química, à Economia e à Biologia. Além disso, está muito presente em nosso dia-a-dia, ajudando a melhor compreender o mundo que nos cerca.

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. Conceituação.

Vejamos alguns exemplos da aplicação desse conceito:

a dose de um remédio é função do peso da criança que é medicada;

a altura de uma criança é função de sua idade;

o salário de um vendedor é função do volume de vendas;

a área de um quadrado é função da medida de seus lados;

o consumo mensal de combustível é função da quilometragem percorrida.

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. Conceituação.

Para entender o conceito de função vamos pensar em duas grandezas que variam, sendo que a variação de uma depende da variação da outra.

Considere a seguinte situação salarial. Uma empresa comercial paga mensalmente a cada vendedor um salário fixo de R$ 600,00 acrescidos de um percentual de 5% sobre o seu total de vendas.

Unidade I – Funções. Conceituação.

Dizemos então que o salário mensal de cada vendedor é função do seu total de vendas, podendo ser equacionado como segue:

$Y = 5\% \, X + 600{,}00$ ou ainda

$Y = 0{,}05 \, X + 600{,}00$

onde X corresponde ao total de vendas e Y ao salário do vendedor.

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. Conceituação.

Neste caso, dizemos que Y é função de X, pois a variação de Y depende da variação de X.

$Y = f(x) = 5\%\ x + 600,00$ ou ainda

$Y = f(x) = 0,05\ x + 600,00$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. Representação.

Podemos representar uma função mediante uma tabela, através de uma representação por diagrama ou por intermédio de um gráfico.

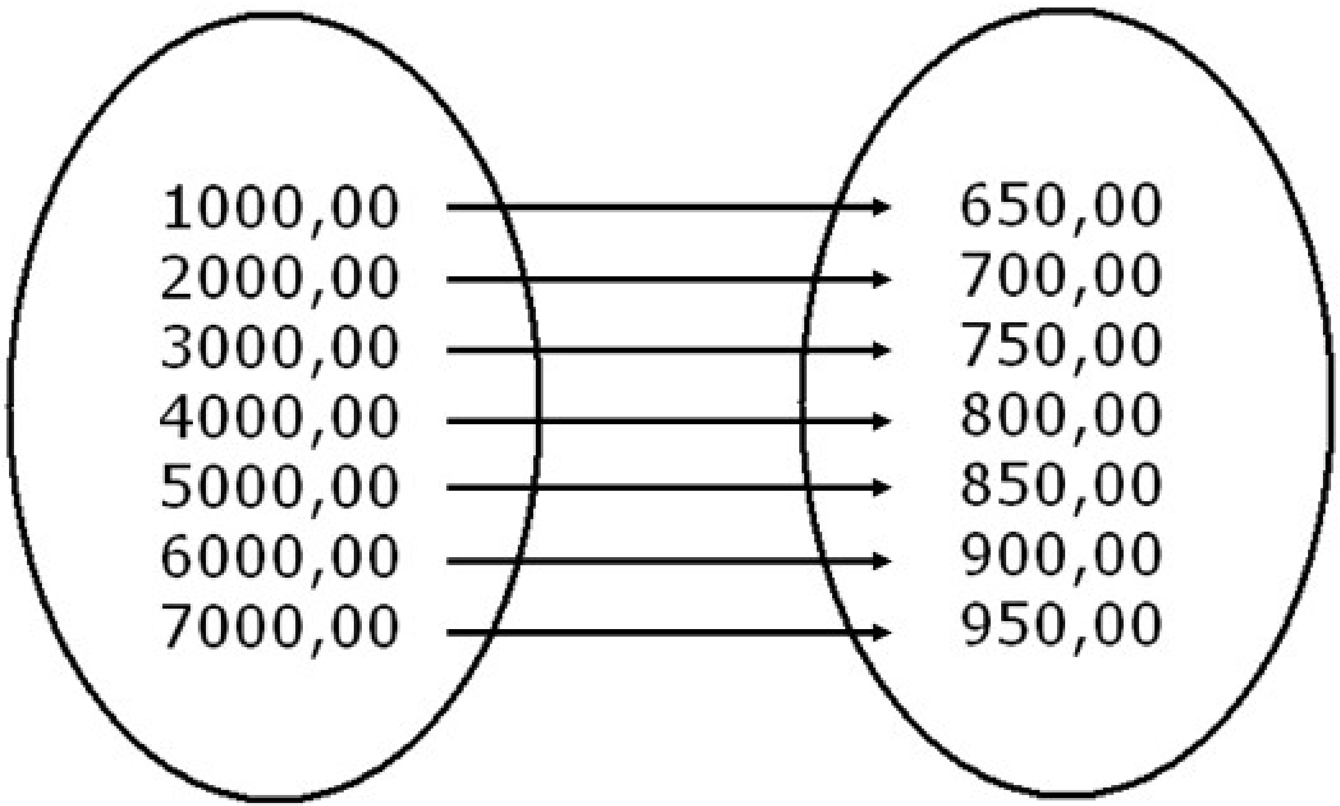
A tabela a seguir representa a função Y = 0,05 X + 600,00 do exemplo acima.

X	Y
1000,00	650,00
2000,00	700,00
3000,00	750,00
4000,00	800,00
5000,00	850,00
6000,00	900,00
7000,00	950,00

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. Representação.

Uma outra forma de representarmos uma função é por diagramas.



Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. Representação.

O conjunto A é o conjunto dos números que expressam o total de vendas e o conjunto B é o conjunto dos salários do vendedor.

A cada elemento de A, corresponde um único elemento de B, ou seja, para cada total de vendas, temos um único salário.

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. Representação gráfica.

Podemos também representar uma função graficamente. Para isso, vamos usar o plano cartesiano.

No eixo horizontal, também conhecido como eixo **X** ou eixo das abscissas, vamos marcar os valores de **X** (totais de vendas) que constam na tabela.

No eixo vertical, também conhecido como eixo **Y** ou eixo das ordenadas, vamos marcar os valores de **Y** (valor do salário) para cada valor de **X.**

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. Representação gráfica.

Observe no gráfico, a associação entre os valores de **X** com os valores correspondentes de **Y**, como

$x = 0 \Rightarrow y = f(0) = 600{,}00 \Rightarrow (0,\ 600{,}00)$,

$x = 2000 \Rightarrow y = f(2000) = 600{,}00 \Rightarrow (2000,\ 700{,}00)$,

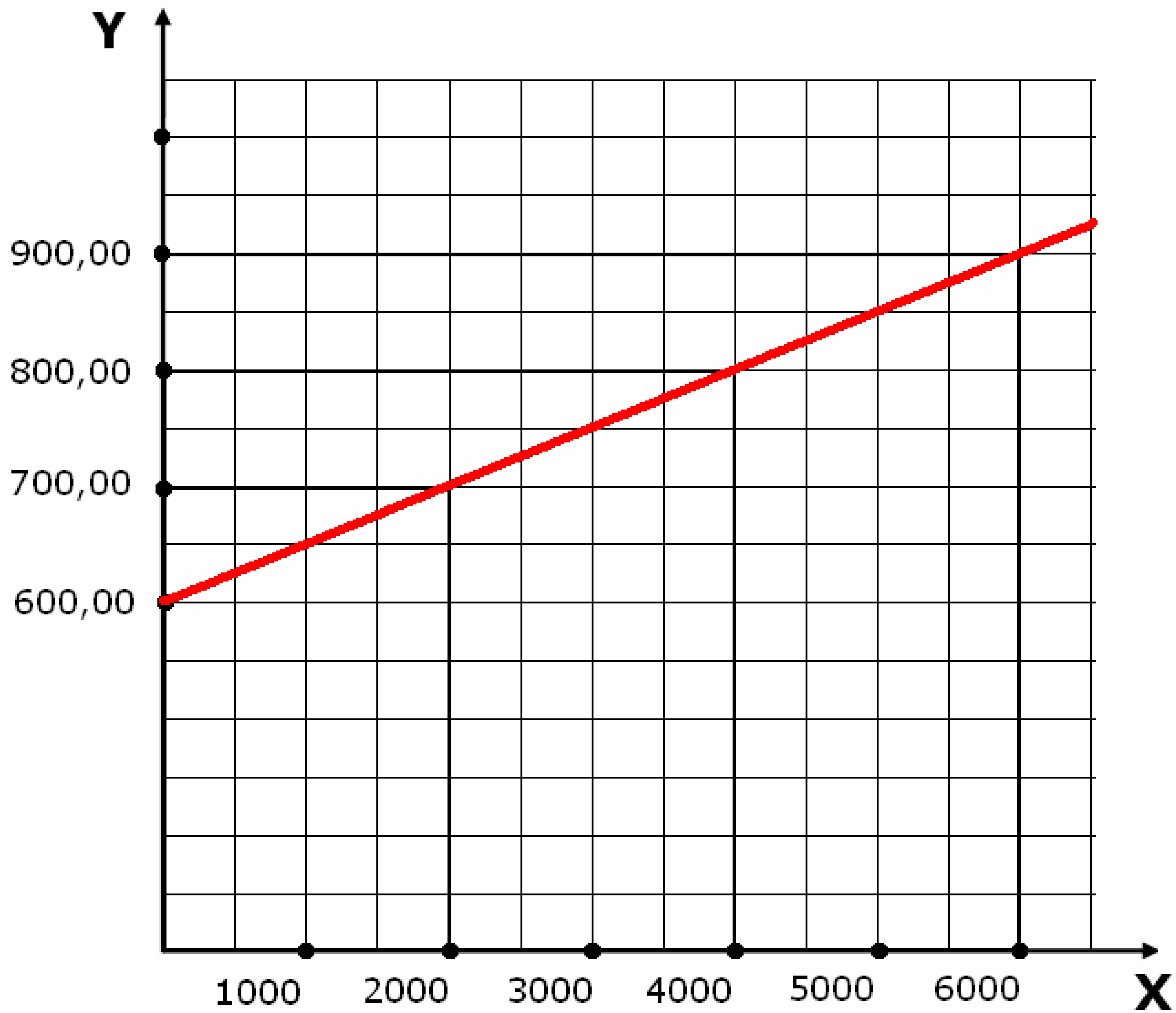
$x = 4000 \Rightarrow y = f(4000) = 800{,}00 \Rightarrow (4000,\ 800{,}00)$ e

$x = 6000 \Rightarrow y = f(6000) = 900{,}00 \Rightarrow (6000,\ 900{,}00)$.

Unindo os pontos do plano correspondentes as associações, obtemos o gráfico a seguir:

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. Representação gráfica.



Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. Taxa de variação.

Taxa de variação é a medida de variação de uma grandeza em relação a outra. Numa função, temos duas variáveis. Para calcular a taxa de variação, verificamos como **Y** varia em função de **X**.

Isso é feito dividindo-se a diferença dos valores de **Y** pela diferença dos valores correspondentes de **X**.

Exemplo: $$t_v = \frac{700-600}{2000-0} = 0{,}05 = 5\%$$

$$t_v = \frac{800-700}{4000-2000} = 0{,}05 = 5\%$$

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. A função $y = ax + b$.

No exemplo do salário do vendedor, vimos que a função que representa o seu salário é da forma

$$\mathbf{y = ax + b} \qquad \textbf{ou} \qquad \mathbf{f(x) = ax + b} \qquad \text{(Função Afim)}$$

e que tem para gráfico uma reta.

Se $\mathbf{a = 0}$, a nossa equação fica com a forma

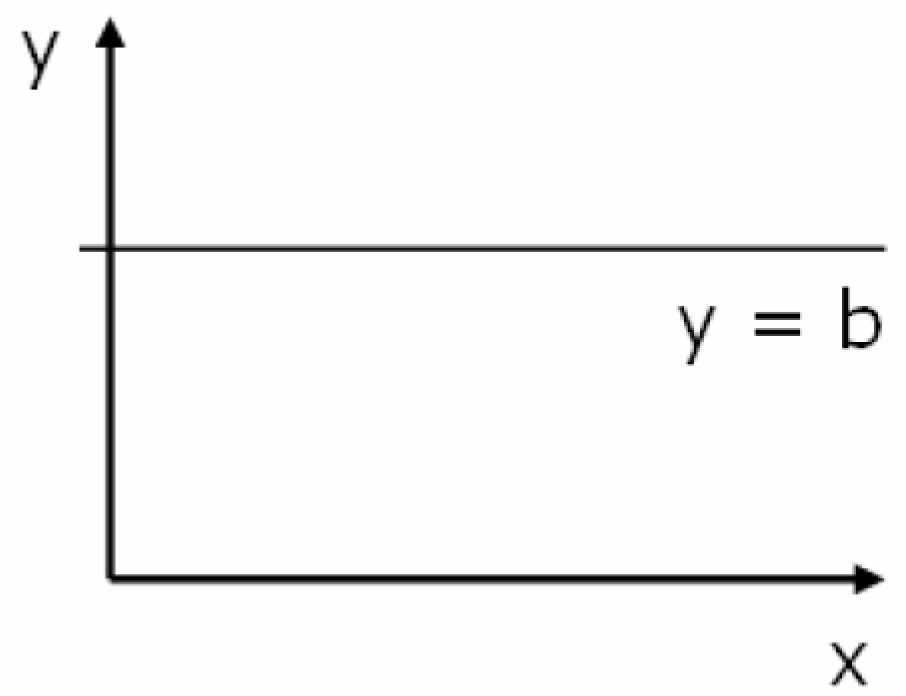
$$\mathbf{y = b} \qquad \textbf{ou} \qquad \mathbf{f(x) = b} \qquad \text{(Função Constante)}$$

e passaremos a chamá-la de função constante, pois o **y** não varia com o x.

Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. A função y = ax + b.

Seu gráfico vai ser uma reta horizontal.



Cálculo Diferencial e Integral I

Unidade I – Funções. Gráfico da função $y = ax + b$.

Toda função polinomial representada pela relação $y = ax + b$, com a e b números reais e $a \neq 0$, é chamada de função afim.

Toda função polinomial representada pela relação $y = ax$, com a número real e $a \neq 0$, é chamada de função linear.

O gráfico de uma função afim ou linear é sempre uma reta.

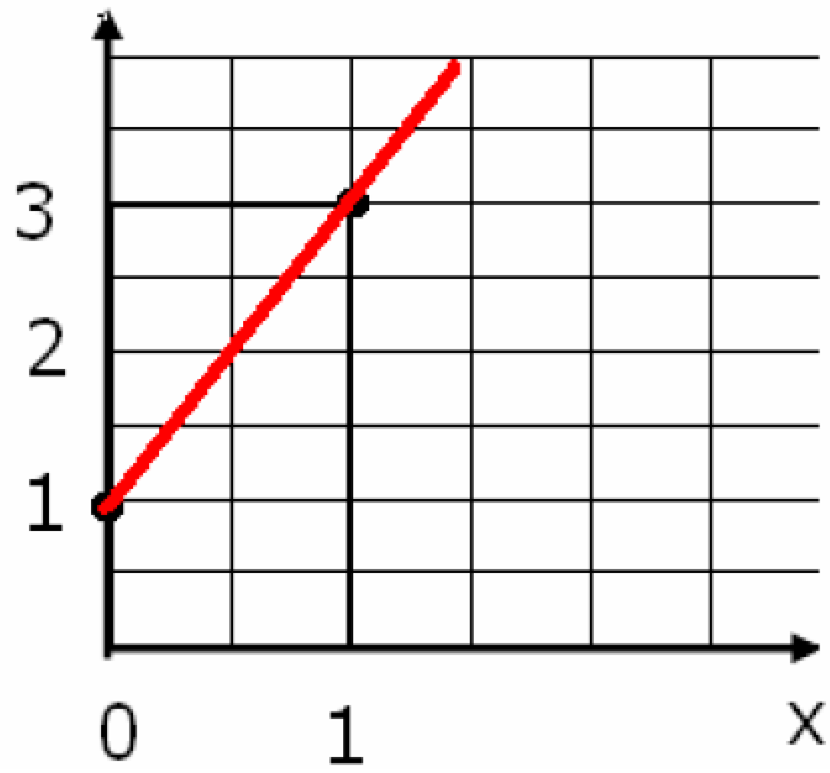
Cálculo Diferencial e Integral I

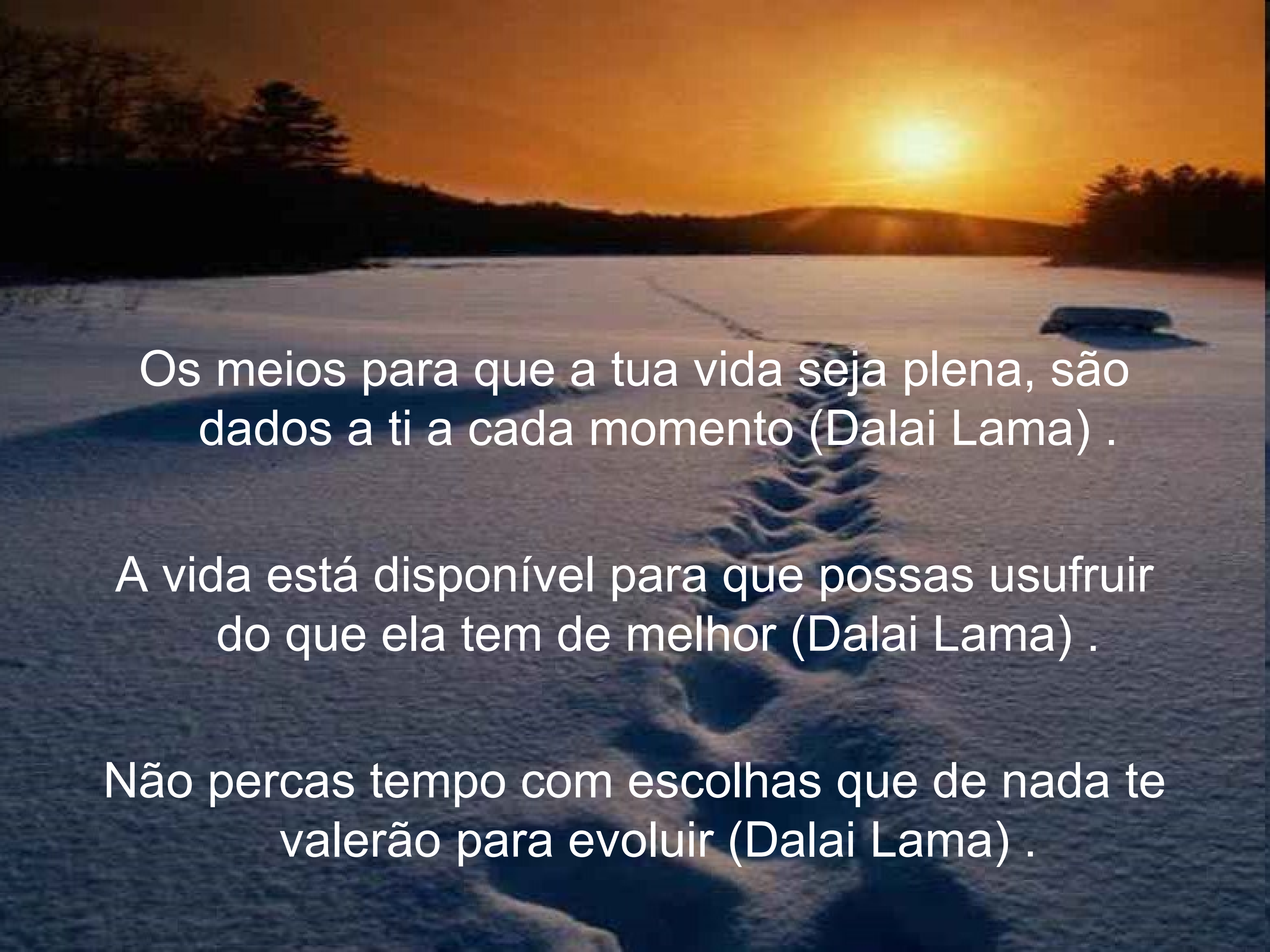
Unidade I – Funções. Gráfico da função y = ax + b.

Exemplo: **y = 2x + 1**

Veja o gráfico abaixo:

x	y
0	1
1	3




Os meios para que a tua vida seja plena, são dados a ti a cada momento (Dalai Lama) .
A vida está disponível para que possas usufruir do que ela tem de melhor (Dalai Lama) .
Não percas tempo com escolhas que de nada te valerão para evoluir (Dalai Lama) .