

Matemática Instrumental – 2008.1**Aula 5 – Problemas e Sistemas de Equações do 1º grau com uma variável.****Objetivos:**

- Equacionar problemas de equações do primeiro grau.
- Resolver problemas de equações do primeiro grau.
- Resolver sistemas de equações do primeiro grau.
- Equacionar e resolver problemas envolvendo sistemas de equações do primeiro grau.

7 – Sistemas de Equações do 1º grau. Problemas de Equações do 1º grau com uma e duas variáveis.**7.1 – Problemas de Equação do primeiro grau**

Exemplos:

01) A soma das idades de André e Carlos é 22 anos. Descubra as idades de cada um deles, sabendo-se que André é 4 anos mais novo do que Carlos.

$$\begin{array}{l}
 \text{Solução: } \quad x = \text{idade de Carlos} \\
 \quad \quad \quad x - 4 = \text{idade de André} \\
 \begin{array}{l}
 x + x - 4 = 22 \\
 2x - 4 = 22 \\
 2x - 4 + 4 = 22 + 4 \\
 2x = 26
 \end{array}
 \quad \left| \quad \begin{array}{l}
 2x = 26 \\
 \frac{2x}{2} = \frac{26}{2} \\
 x = 13
 \end{array} \right.
 \quad \begin{array}{l}
 x - 4 = 13 - 4 \\
 x - 4 = 9
 \end{array}
 \end{array}$$

Resposta: Carlos tem 13 anos e André tem $13 - 4 = 9$ anos.

02) A população de uma cidade A é o triplo da população da cidade B. Se as duas cidades juntas têm uma população de 100.000 habitantes, quantos habitantes tem a cidade B?

$$\begin{array}{l}
 \text{Solução: } \quad x = \text{população da cidade B} \\
 \quad \quad \quad 3x = \text{população da cidade A}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l|l}
 x + 3x = 100.000 & \frac{4x}{4} = \frac{100.000}{4} & 3x = 3 \times 25.000 \\
 4x = 100.000 & x = 25.000 & 3x = 75.000
 \end{array}$$

Resposta: B tem 25.000 habitantes e A tem 75.000 habitantes.

03) Uma casa com 260m^2 de área construída possui 3 quartos de mesmo tamanho. Qual é a área de cada quarto, se as outras dependências da casa ocupam 140m^2 ?

Solução: $x = \text{área de cada quarto}$

$$\begin{array}{l|l}
 3x + 140 = 260 & \frac{3x}{3} = \frac{120}{3} \\
 3x + 140 - 140 = 260 - 140 & x = 40 \\
 3x = 120 &
 \end{array}$$

Resposta: Cada quarto tem 40m^2 .

Exercícios: Resolver os seguintes problemas:

- 01) Uma fita de 30 cm de comprimento, serviu para contornar um quadrado, sobrando 2 cm de fita. Qual o comprimento de cada lado do quadrado?
- 02) O triplo de um número, menos sua metade, é igual a 10. Qual é esse número ?
- 03) A soma de três número inteiros consecutivos é igual a 111. Calcule esses números.
- 04) A soma de minha idade com a do meu pai é 56 anos. Calcule a idade de meu pai, sabendo-se que a idade dele é o triplo da minha menos 8 anos.
- 05) Um homem deixou 75% de sua herança à esposa e o restante ao filho. A esposa aplicou sua parte a 2,5% ao mês e, depois de um mês, recebeu R\$ 1.575,00 de juros. Se o filho aplicou sua parte a 2,15 ao mês, quanto ele recebeu de juros depois de um mês?
- 06) Marcela aplicou metade do seu décimo terceiro salário à taxa de 1,8% ao mês e a outra metade à taxa de 2,4% ao mês. Depois de um mês, recebeu um montante de R\$ 1.837,50. Quanto Marcela recebeu de décimo terceiro salário?
- 07) Um número é composto de 3 algarismos, cuja soma é 18. O algarismo das unidades é o dobro do das centenas e o das dezenas é a soma do das unidades e das centenas. Qual é o número?
- 08) Num vaso há 12 litros de vinho e 18 litros de água; noutro há 9 litros de vinho e 3 litros de água. Quantos litros se devem tirar de cada vaso, para se obterem 14 litros que contenham partes iguais de água e vinho?

7.2 – Sistemas de Equações do 1º grau.

Um cavalo e um burro caminharam juntos levando no lombo pesados sacos. Lamentava-se o cavalo de sua pesada carga, quando o burro lhe disse: .De que te queixas? Se eu levasse um dos teus sacos, a minha carga seria o dobro. Pelo contrário, se te desse um saco, a tua carga seria igual à minha.. Qual a carga de cada um dos animais?

Vamos equacionar o problema, isto é, escrevê-lo na linguagem matemática:

Considere

x a carga do cavalo e
y a carga do burro.

Se eu levasse um de teus sacos
 a minha carga
 seria o dobro da tua

$$\begin{aligned} x - 1 \\ y + 1 \\ y + 1 = 2(x - 1) \end{aligned} \quad (1)$$

Se eu te desse um saco
 a tua carga
 seria igual à minha

$$\begin{aligned} y - 1 \\ x + 1 \\ y - 1 = x + 1 \end{aligned} \quad (2)$$

Juntando as equações (1) e (2), temos um sistema com duas equações do 1º grau

$$\begin{cases} y + 1 = 2(x - 1) \\ y - 1 = x + 1 \end{cases}$$

7.3 – Resolvendo Sistemas de Equações do 1º grau.

Os sistemas de equações do 1º grau são ferramentas bastante comuns na resolução de problemas em várias áreas e aparecem muito em concursos e exames.

Resolver um sistema é encontrar um par de valores (x e y) que tornem verdadeiras as equações que o formam.

Por exemplo, o par (5; 7) é solução do sistema

$$\begin{cases} y + 1 = 2(x - 1) \\ y - 1 = x + 1 \end{cases}$$

Para fazer a verificação, devemos substituir os valores $x = 5$ e $y = 7$ em ambas as equações:

$$\begin{aligned} y + 1 &= 2(x - 1) \\ 7 + 1 &= 2(5 - 1) \\ 8 &= 2 \cdot 4 \\ 8 &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y - 1 &= x + 1 \\ 7 - 1 &= 5 + 1 \\ 6 &= 6 \end{aligned}$$

7.3.1 – Método da adição.

Esse método de resolução consiste em deixar os coeficientes de uma incógnita iguais em valor absoluto e opostos, permitindo assim eliminar uma variável, transformando o sistema em uma equação do primeiro grau, ao somarmos membro a membro as duas equações. Veja o exemplo:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Primeiro passo: Como os coeficientes dos termos em y são opostos, vamos somar membro a membro as duas igualdades e resolver a equação obtida.

$$\begin{array}{r} \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \\ \hline 2x = 4 \\ x = \frac{4}{2} = 2 \end{array}$$

Segundo passo: Substituir $x = 2$ em uma das equações do sistema para encontrar o valor de y .

$$x + y = 3 \quad \Rightarrow \quad 2 + y = 3 \quad y = 3 - 2 \quad \Rightarrow \quad y = 1$$

Exemplo: O problema do cavalo e do burro.

$$\begin{aligned} \begin{cases} y + 1 = 2(x - 1) \\ y - 1 = x + 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y + 1 = 2x - 2 \\ y - x = 1 + 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y - 2x = -2 - 1 \\ -x + y = 2 \end{cases} &\Leftrightarrow \\ \begin{cases} -2x + y = -3 \\ -x + y = 2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ -x + y = 2 \end{cases} &\Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 2x - y = 3 \\ -x + y = 2 \end{cases} \\ \hline x = 5 \end{array}$$

Substituindo $x = 5$ em $-x + y = 2$ obtemos:

$$-5 + y = 2 \quad \Leftrightarrow \quad y = 2 + 5 \quad \Leftrightarrow \quad y = 7$$

7.3.2 – Método da substituição.

Esse método de resolução consiste em explicitar uma variável em uma das equações, para substituir na outra equação, transformando o sistema em uma equação do primeiro grau. Veja o exemplo:

Primeiro passo: Consiste em isolar uma das variáveis em uma das equações (veja a seguir).

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad y = 3 - x$$

Segundo passo: Substituir na outra equação o valor da variável isolada.

$$x - y = 1$$

$$x - (3 - x) = 1$$

$$x - 3 + x = 1$$

$$2x = 3 + 1$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

Terceiro passo: Substituir $x = 2$ em uma das equações do sistema para encontrar o valor de y .

$$x + y = 3 \quad \Rightarrow \quad 2 + y = 3 \quad y = 3 - 2 \quad \Rightarrow \quad y = 1$$

Exemplos:

Resolver os seguintes sistemas de equações do 1º grau:

$$01) \begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 2x + 5y = 2 \end{cases}$$

$$02) \begin{cases} y = 3(2x - 1) \\ y = 6x \end{cases}$$

$$03) \begin{cases} -2x + 3y = -1 \\ 4x - 6y = 2 \end{cases}$$

$$04) \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1 \\ y = \frac{-x}{2} \end{cases}$$

$$05) \begin{cases} 3x + 5y = -4 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$06) \begin{cases} x - 2y = -4 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 2 \end{cases}$$

$$07) \begin{cases} \frac{x+2y}{2} + \frac{x-y}{3} = \frac{-1}{2} \\ \frac{x+3y}{5} - \frac{2x-y}{4} = -2 \end{cases}$$

Resolver os seguintes problemas:

01) Num depósito existem 24 extintores de incêndio, sendo de espuma química e dióxido de carbono. Sabendo-se que o de dióxido de carbono é o triplo do de espuma química, conclui-se que o número de extintores de espuma química existentes nesse depósito é:

- a) 3
- b) 4
- c) 5

- d) 6
e) 7

Considere:

E = número de extintores de espuma química

D = número de extintores de dióxido de carbono

$$\begin{cases} E + D = 24 \\ D = 3E \end{cases} \quad \begin{cases} E + D = 24 \\ -3E + D = 0 \end{cases}$$

Como queremos o valor de E, basta multiplicar a segunda equação por (-1) e com o método da adição encontraremos o valor de E.

$$\begin{cases} E + D = 24 \\ -3E + D = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} E + D = 24 \\ 3E - D = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4E &= 24 \\ E &= 24/4 \\ E &= 6 \end{aligned}$$

O número de extintores de espuma química é de 6 extintores Resp.: (d).

02) Eu tenho o dobro da idade da minha filha. Se a diferença de nossas idades é 23 anos, minha idade é:

- a) 40 anos
b) 46 anos
c) 48 anos
d) 50 anos
e) 54 anos

Resp.: (b)

03) A soma da minha idade com a da minha filha é 72. Daqui a 3anos a minha idade será o dobro da idade da minha filha. A minha idade atual , em anos é:

- a) 47 anos
b) 49 anos
c) 51 anos
d) 53 anos
e) 55 anos

Resp.: (b)

04) Um barco percorre 9 km em 30 min, navegando a favor da corrente; para regressar ao ponto de partida, demora 3h. Calcule a velocidade do barco e a velocidade da corrente.

05) A soma de dois números é 12 e um deles é o dobro do outro. Encontre os dois números.

06) A média aritmética de dois números é 2. Um quarto da sua diferença é 4. Encontre os dois números.

- 07) Um colecionador de moedas antigas tem 48 moedas de R\$ 5,00 e de R\$ 10,00, num total de R\$ 420,00. Quantas moedas de cada valor ele tem?
- 08) Ana tem 56 anos e André 48. Há quantos anos a soma das duas idades era igual à idade atual de André?
- 09) Duas torneiras enchem um tanque em 4 horas. Uma delas, sozinha enche-lo-ia em 7 horas. Em quantas horas a outra sozinha encheria o tanque?
- 10) Uma torneira enche um tanque em 12 horas e a outra em 18 horas. Em quantas horas as duas juntas encherão o tanque?
- 11) Dois operários fazem juntos um trabalho em 12 dias. Um deles sozinho faz este trabalho em 20 dias. Em quantos dias, o outro fará, também só, o mesmo trabalho?
- 12) Num vaso há 12 litros de vinho e 18 litros de água; noutro há 9 litros de vinho e 3 litros de água. Quantos litros se devem tirar de cada vaso, para se obterem 14 litros que contenham partes iguais de água e vinho?

7.4 – Lista de exercícios de Equações do 1º grau e Sistemas de Equações do 1º grau.

- 01 – Em dois mercados, as condições de equilíbrio de manteiga e margarina, onde x é o preço da manteiga, e y é o preço da margarina, são dadas pelas equações abaixo: $8x - 3y = 18$ e $-x + 7y = 11$. Quais os preços da manteiga e da margarina que levarão o modelo ao equilíbrio?
- 02 – Um automóvel foi comprado por R\$ 20.000,00 e sofre uma desvalorização de 20% ao ano. Qual será seu valor, em reais, após 3 anos?
- 03 – Quatro cães consomem semanalmente 60 kg de ração. Assim, ao aumentarmos o número de cães em 75%, de quanto será o consumo mensal, em kg, considerando o mês de 30 dias?
- 04 – Uma geladeira é vendida à vista por R\$ 1.000,00 ou em duas parcelas, sendo a primeira como uma entrada de R\$ 200,00 e a segunda, dois meses após, no valor de R\$ 880,00. Qual a taxa mensal de juros simples utilizada?
- 05 – Um ciclista parte da cidade **A** em direção a **B**, ao mesmo tempo em que outro parte de **B** em direção a **A**. A distância entre **A** e **B** é 120 km. O primeiro desenvolve velocidade de 24 km/h e o segundo, 16 km/h. Assim, os ciclistas se encontram ao fim de
- a) 1 hora
 - b) 2 horas
 - c) 3 horas
 - d) 4 horas
 - e) 5 horas
- 06 – Uma prova com **180** questões diferentes foi distribuída a 3 estudantes, **A**, **B** e **C**, de modo que cada estudante recebeu um bloco com 60 questões distintas. **A**

apresentou 90% de acertos nas suas respostas; **B** respondeu corretamente a 70% do seu bloco e **C** errou 80% de suas questões. Desta forma, o número de questões não resolvidas da prova é de (não resolvidas são as questões que os estudantes não acertaram).

- a) 78
- b) 72
- c) 68
- d) 80
- e) 64

07 – Se gato e meio comem rato e meio em um minuto e meio, quantos gatos comem 60 ratos em 30 minutos?

- a) 3
- b) 3,5
- c) 4
- d) 4,5
- e) 5

08) Tem-se galinhas e carneiros, ao todo 21 cabeças e 50 pés. Quantos animais há de cada espécie?

09) Num depósito há viaturas de 4 e de 6 rodas, ao todo 40 viaturas e 190 rodas. Quantos viaturas há de cada espécie, no depósito?

Referências Bibliográficas:

Silva, Sebastião Medeiros da. Matemática para os cursos de economia, administração e contabilidade. 5.ed. São Paulo: Editora Atlas, 1999.

Viveiro, Tânia Cristina Neto G.. Manual Compacto de Matemática: Teoria e Prática. 2.ed. São Paulo: Editora Rideel, 1996.

Giovanni, José Rui; Bonjorno, José Roberto; Giovanni Jr., José Rui, Matemática completa: ensino médio – vol. Único, São Paulo : Editora FTD, 2002.

Lemos, Aluisio Andrade; Higuchi, Fideficio; Fridman, Salomão, Matemática, São Paulo: Editora Moderna, 1976.

Bezerra, Manoel; Jairo, Questões de Matemática, São Paulo: Editora Nacional, 1976.

Sodré, Ulysses; Matemática para o Ensino Fundamental, Médio e Superior;
<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/index.html> - Out/2007

A Biblioteca Virtual do Estudante Brasileiro – Telecurso 2000 -
www.passei.com.br/tc2000/matematica1

KlickEducação O Portal da Educação - <http://www.klickeducacao.com.br>

Exatas - <http://www.exatas.mat.br/index.htm>