

Matemática Instrumental – 2008.1

Aula 4 – Porcentagem. Equações do 1º grau com uma variável.

Objetivos:

- Conceituar porcentagem.
- Aplicar a conceituação de porcentagem na resolução de problemas.
- Calcular aumentos e descontos sucessivos.
- Definir equação do primeiro grau
- Resolver equações do primeiro grau.
- Equacionar e resolver os problemas de equações do primeiro grau.

6 – Porcentagem. Equações do 1º grau com uma variável.

6.1 – Porcentagem.

Se o preço de um artigo era de R\$ 4,00 e passou a ser de R\$ 5,00, o aumento de preço foi de

$$\text{R\$ } 5,00 - \text{R\$ } 4,00 = \text{R\$ } 1,00.$$

Portanto, a fração que representa o aumento, chamada de taxa de aumento, é

$$\frac{1,00}{4,00} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

6.1.1 – Conceituação.

Toda fração de denominador 100, representa uma porcentagem, como diz o próprio nome, por cem.

Exemplos: (01) $\frac{12}{100} = 12\%$ (02) $\frac{5}{100} = 5\%$ (03) $\frac{78}{100} = 78\%$

Observe que o símbolo **%** que aparece nos exemplos acima significa por cento.

Se repararmos em nosso volta, vamos perceber que este símbolo % aparece com muita frequência em jornais, revistas, televisão, anúncios de liquidação, etc.

Exemplos:

01) O crescimento no número de matrícula no ensino fundamental foi de 24%. Isto significa que em cada 100, 24 se matriculam no ensino fundamental.

02) A taxa de desemprego no Brasil cresceu 12% neste ano.

Significando que em cada 100, 12 se encontram desempregados.

03) Desconto de 25% nas compras à vista.

O que significa que em cada R\$ 100,00 comprados a vista, R\$ 25,00 são descontados.

Devemos lembrar que a porcentagem também pode ser representada na forma de números decimal, observe os exemplos.

$$\begin{array}{ll} \text{Exemplos: (01)} \quad \frac{12}{100} = 12\% = 0,12 & \text{(02)} \quad \frac{5}{100} = 5\% = 0,05 \\ \text{(03)} \quad \frac{78}{100} = 78\% = 0,78 & \text{(04)} \quad \frac{0,3}{100} = 0,3\% = 0,003 \end{array}$$

6.1.2 – Trabalhando com Porcentagem

Vamos fazer alguns cálculos envolvendo porcentagens.

Exemplo:

01) Uma televisão custa 300 reais. Pagando à vista você ganha um desconto de 10%. Quanto pagarei se comprar esta televisão à vista?

$$10\% \times 300 = \frac{10}{100} \times 300 = 30 \quad \text{Portanto, pagarei } 300 - 30 = 270 \text{ reais.}$$

02) Pedro usou 32% de um rolo de mangueira de 50m. Determine quantos metros de mangueira Pedro usou.

$$32\% \times 50 = \frac{32}{100} \times 50 = 16 \quad \text{Logo, Pedro gastou 16 m de mangueira.}$$

03). Comprei uma mercadoria por 2000 reais. Por quanto devo vendê-la, se quero obter um lucro de 25% sobre o preço de custo.

$$25\% \times 2000 = \frac{25}{100} \times 2000 = 500$$

O preço de venda é o preço de custo somado com o lucro. Então,

$$\mathbf{2000 + 500 = 2500 \text{ reais.}}$$

Logo, devo vender a mercadoria por 2500 reais.

04). Comprei uma mercadoria por 2000 reais. Por quanto devo vendê-la, se quero obter um lucro de 25% sobre o preço de custo.

Suponha que 100 seja o preço de custo. Como eu quero obter um lucro de 25%, isto é, em cada 100 eu quero ganhar 25, então, o preço de venda deve ser $100 + 25 = 125$. Portanto, para 2000,00 o preço de venda é igual a

$$125\% \times 2000 = \frac{125}{100} \times 2000 = 2500$$

05) Comprei um objeto por 20.000 reais e o vendi por 25.000 reais. Quantos por cento eu obtive de lucro?

Lucro: $25.000 - 20.000 = 5.000$ (preço de venda menos o preço de custo)

$$\frac{5.000}{20.000} = \frac{50}{200} = \frac{25}{100} = 25\% \quad (\text{resultado da divisão do lucro pelo preço de custo})$$

06) O preço de uma casa sofreu um aumento de 20%, passando a ser vendida por 35 000 reais. Qual era o preço desta casa antes deste aumento?

$$100\% + 20\% = 120\%$$

$$120\% \leftrightarrow 35.000$$

$$100\% \leftrightarrow x$$

$$120x = 100 \times 35.000$$

$$x = \frac{100 \times 35.000}{120}$$

Logo, o preço anterior era 29 166,67

6.1.3 – Aumentos e descontos sucessivos

Suponha que um produto sofra um aumento de 30% em um mês e um de 20% no mês seguinte. Qual será a taxa de aumento total que sofrerá o preço do produto nesses dois meses?

Essa é uma pergunta interessante. Muitos pensam, erroneamente, que a taxa de aumento total foi de **30% + 20% = 50%**.

Se o preço do produto era de **100**,

o primeiro aumento foi de **30%** sobre **100**, isto é, de **0,30 . 100 = 30**, o que elevou o preço do produto para **100 + 30 = 130**;

o segundo aumento foi de **20%** sobre **130**, isto é, de **0,20 . 130 = 26**, o que elevou o preço do produto para **130 + 26 = 156**.

O aumento total foi de **156 - 100 = 56** sobre o preço de **100**. A taxa total de aumento foi de **56%**.

Exemplo: O preço de um artigo sofreu dois descontos sucessivos, de 30% e de 20%. Qual foi a taxa total de desconto?

Se o preço do artigo era **100**, o primeiro desconto foi de **$0,30 \cdot 100 = 30$** , o que baixou o preço para **$100 - 30 = 70$** ;

o segundo desconto foi de **$0,20 \cdot 70 = 14$** , o que mudou o preço para **$70 - 14 = 56$** ;

a redução total do preço foi de **$100 - 56 = 44$** sobre um preço de **100**. A taxa total de desconto foi de **44%**.

Exemplo: Um artigo é vendido, em uma promoção, com um desconto de 30%. Encerrada a promoção, o artigo retorna ao preço normal. Em quantos por cento aumenta o preço do artigo?

Se o preço era **100**, o preço com desconto é de: **$100 - 0,30 \cdot 100 = 100 - 30 = 70$** ;

para retornar ao preço normal, ele deve sofrer um aumento de **30** em relação ao preço de **70** (**$100 - 30$**). A taxa de aumento será de **$30 / 70 = 0,43 = 43%$** .

6.1.4 – Problemas de percentagens

Exercícios:

(01) Um depósito de água tinha 640 litros. Sabendo-se que gastaram 15% da quantidade existente, pergunta-se: a) quantos litros foram gastos? b) que quantidade de água ficou no depósito?

(02) Um vestido estava marcado com o preço de R\$ 43,00. Sabendo que o dono da loja fez um desconto de 12%, por qual preço foi vendido?

(03) João foi a uma papelaria comprar um compasso, o qual estava marcado a R\$ 15,00. Mas como João era um cliente antigo da casa, o dono da papelaria fez-lhe um desconto de 10%. Pedro, um amigo de João foi a outra papelaria comprar também um compasso. Este estava marcado a R\$14,00, que Pedro pagou sem qualquer desconto. Quem comprou o compasso mais barato, Pedro ou João?

(04) Maria leu num dia 40 páginas de um livro mas Joana leu apenas 80% do número de páginas lidas por Maria. a) Quantas páginas leu Joana? b) Se o Pedro tivesse lido 46 páginas, que percentagem a mais teria lido Pedro, em relação a Joana?

(05) Um bilhete de comboio entre duas cidades, custava R\$ 3,20. Com a inflação, passou a custar R\$ 3,28. Qual a percentagem da inflação ("valor da inflação")?

(06) Uma camisola custava R\$ 25,40 mas nos saldos foi vendida a R\$ 21,59. Calcule a percentagem do desconto efectuado.

(07) Um trabalhador ganhava R\$ 62,00 por dia de trabalho. Tendo sido aumentado, passou a ganhar 65,72 por dia de trabalho. Qual a percentagem do seu aumento?

(08) Quanto passará a custar um livro de R\$ 15,20, se tiver um desconto de 8%?

(09) Numa empresa com 140 funcionários, 75% dos mesmos são casados. a) Determine o número de funcionários solteiros. b) Sabendo que 60% dos funcionários solteiros são mulheres, calcule quantos homens solteiros tem a empresa. c) Se a empresa passasse a ter 161 funcionários, qual a percentagem de aumento dos funcionários?

(10) Comente a seguinte frase: " João abriu o seu mealheiro e deu 30% do seu dinheiro á irmã, 40% ao seu irmão mais novo e ficou com os 50% restantes para ele próprio."

6.2 – Equações do 1º grau com uma variável

6.2.1 – Forma geral

Equação é toda sentença matemática aberta representada por uma igualdade, em que exista uma ou mais letras que representam números desconhecidos.

Exemplo: $x + 3 = 12 - 4$

Forma geral: $ax + b = 0$,

em que **x** representa a variável (incógnita) e **a** e **b** são números racionais, com **a** \neq **0**. Dizemos que **a** e **b** são os coeficientes da equação (**$ax + b = 0$** , é a forma mais simples da equação do 1º grau).

Exemplos:

01) $x - 4 = 2 + 7$ (variável x)

02) $2m + 6 = 12 - 3$ (variável m)

03) $-2r + 3 = 31$ (variável r)

04) $5t + 3 = 2t - 1$ (variável t)

05) $3(b - 2) = 3 + b$ (variável b)

$4 + 7 = 11$

(é uma igualdade, mas não possui uma variável, portanto não é uma equação do 1º grau)

$3x - 12 > 13$

(possui uma variável, mas não é uma igualdade, portanto não é uma equação do 1º grau)

Devemos observar duas partes em uma equação, o 1º membro à esquerda do sinal de igual e o 2º membro à direita do sinal de igual.

$$3x - 5 = 4(2x - 7)$$

Conjunto Solução: Conjunto formado por valores reais que tornam a sentença verdadeira. Representamos pela letra **S**.

Exemplo:

Dentre os elementos do conjunto $F = \{0, 2, 3, 6, 8, 9\}$, qual deles torna a sentença matemática $2x - 4 = 2$, verdadeira.

$$2(0) - 4 = 2 \quad \text{Falso}$$

$$2(2) - 4 = 2 \quad \text{Falso}$$

$$2(3) - 4 = 2 \quad \text{Verdadeiro}$$

$$2(6) - 4 = 2 \quad \text{Falso}$$

$$2(8) - 4 = 2 \quad \text{Falso}$$

$$2(9) - 4 = 2 \quad \text{Falso}$$

Devemos observar que o conjunto $S = \{3\}$

6.2.2 – Raiz da equação

Um dado número é chamado de raiz da equação, quando este torna a igualdade verdadeira.

Exemplo:

Vamos verificar se o número **4** é raiz da equação $9x - 4 = 8 + 6x$.

$$9(4) - 4 = 8 + 6(4)$$

$$36 - 4 = 8 + 24$$

$$32 = 32$$

6.2.3 – Resolvendo Equações do 1º grau

Resolver uma equação do 1º grau significa determinar a raiz ou conjunto solução dessa equação, caso exista solução.

Exemplo: $5x + 11 = -4$

$$5x + 11 + (-11) = -4 + (-11)$$

$$5x = -15$$

$$5x \div 5 = -15 \div 5$$

$$x = -3$$

6.2.4 – Resolvendo equações pelo método prático:

Exemplo: $5x + 11 = -4$

$$5x = -4 - 11$$

$$\begin{aligned}5x &= -15 \\x &= \frac{-15}{5} \\x &= -3\end{aligned}$$

Exemplos: Resolva as seguintes equações do 1º grau com uma variável.

01) $x + 5 = 8$

02) $13y - 16 = -3y$

03) $3(t - 2) - (1 - t) = 13$

04) $\frac{x}{4} - \frac{7}{10} = \frac{2x}{5} - 1$

05) $5z - 7 = 5z - 5$ **(Impossível)**

06) $5x - 4 = -(4 - 5x)$ **(Indeterminado)**

Exercícios:

(01) $5(x + 2) - 2(3x - 1) = 13$

(02) $\frac{1}{2}(3x + 1) + \frac{1}{3}(x - 1) = 2$

(03) $x - \frac{x - 2}{3} = 2 - \frac{2 - x}{4}$

(04) $\frac{x + 3}{2} + \frac{x + 4}{3} + \frac{x + 5}{4} = 16$

(05) $\frac{5x - 6}{x} - \frac{9x - 8}{5x} = \frac{2}{x}$

Referências Bibliográficas:

Silva, Sebastião Medeiros da. Matemática para os cursos de economia, administração e contabilidade. 5.ed. São Paulo: Editora Atlas, 1999.

Viveiro, Tânia Cristina Neto G.. Manual Compacto de Matemática: Teoria e Prática. 2.ed. São Paulo: Editora Rideel, 1996.

Giovanni, José Rui; Bonjorno, José Roberto; Giovanni Jr., José Rui, Matemática completa: ensino médio – vol. Único, São Paulo : Editora FTD, 2002.

Lemos, Aluisio Andrade; Higuchi, Fideficio; Fridman, Salomão, Matemática, São Paulo: Editora Moderna, 1976.

Bezerra, Manoel; Jairo, Questões de Matemática, São Paulo: Editora Nacional, 1976.

Sodré, Ulysses; Matemática para o Ensino Fundamental, Médio e Superior;
<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/index.html> - Out/2007

A Biblioteca Virtual do Estudante Brasileiro – Telecurso 2000 -
www.passei.com.br/tc2000/matematica1

KlickEducação O Portal da Educação - <http://www.klickeducacao.com.br>

Exatas - <http://www.exatas.mat.br/index.htm>